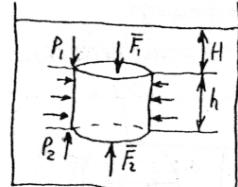


Л-50 АУР. ОПН. ГІДРОАЕРОДИНАМІКА

Закон Архімеда На кожене занурене у рідину (чи газ) тіло діє винятково вільна сила, що чисельно дорівнює вагі витісненої тілом рідини (чи газу) і направлена вертикально вгору з центра тяжіння витісненого об'єму рідини (чи газу).

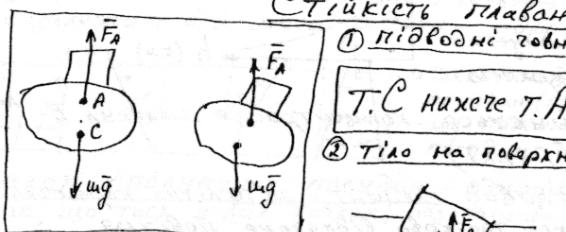


$$\begin{aligned} \text{Сила Архімеда} &= \text{результат додавання} \rightarrow \text{загальні силисти} \\ \text{прикладених} &\rightarrow \text{до поверхні тіла з боку оточуючої} \\ P_1 = P_0 + \rho g H & F_1 = P_1 S = (P_0 + \rho g H) S \quad \text{рідини} \\ P_2 = P_0 + \rho g (H+h) & F_2 = P_2 S = (P_0 + \rho g H + \rho g h) S \\ F_A = F_2 - F_1 & = \rho g h S = \rho g V \end{aligned}$$

1)  $F_A > mg \rightarrow P_p > P_t$  - умова плавання тіла.

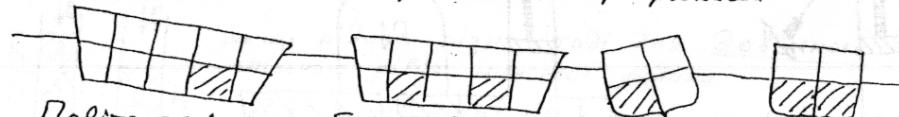
2)  $mg > F_A \rightarrow P_t > P_p$  - тіло тоне 3)  $F_A = mg \rightarrow P_p = P_t$  у рідині

(3) риби, глибоководні апарати, підводні кораблі - загоріховські козаки /Богоріз/



Втрата стійкості - зменшення вантажу - зміна положення центра тяжіння

Задобігання загибелі кораблів від пробоїни у борту - подія корабля на гарметичні відсіки непроникними перегородками



Повітряплавання - брати Монгольф'є - Франція

(велику і легку оболонку наповнили гарячим повітрям з густиной якого менша від густини холодного)

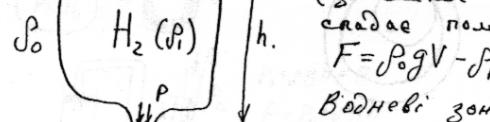
Сила Архімеда створює різницю тисків, що виникає у верхній частині оболонки (за меншої маси молекул тиск  $P_2$  з висотою спадає помітно слабше, ніж тиск повітря)

$$F = P_0 g V - P_1 g V = (P_0 - P_1) g V$$

Водневі зонди  $h = 30-35$  см

Для повітря людей - гаряче повітря, що нагріває газовими паливниками.

- Нижча масивна сила.



$$F = P_0 g V - P g V = \Delta P \cdot V$$

K-55 Гідроаеродинаміка (Рук. Рідини, газів)

Рук. рідини відбувається під дією різниці тисків, що тяжіння i.t.g.

Удеальна рідина ① Нестисливі ( $P=\text{const}$ ) ② Відсутнія в'язкість ③ Основні характеристики  $P$ ,  $P$ ,  $\rho$

— швидкість течії - швидкість перемису маси рідини об'єкту аналізу - швидкість рідини, що містить досить багато молекул. Для опису руху рідини - поняття - розподіл швидкостей

Лінія течії - лінія з консній течії з напрямом вектора швидкості трубою течії...

Стационарний потік - розподіл швидкостей і положення ліній течії з часом не змінюються (витікання тонкої струмини води з вран

Течія по трубах

$V = \frac{dV}{dt}$  - об'єм рідини, що пройшов через трубу ( $m = \rho S V dt$ )

$Q = S \cdot v = \frac{dV}{dt}$  - об'ємна витрата рідини

Рівняння неперервності - через будь-який переріз труби за рівні проміжки часу  $dt$  проходить однаково об'єм  $V$  (маси), оскільки рідина нестисливі, через переріз з меншою площею вода тече швидше

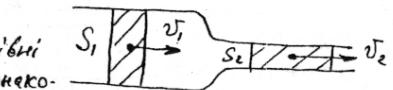
$$Q_1 = Q_2 \quad S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad S \cdot v = \text{const}$$

Тиск у рухомих рідинах  $P = P_{cr} + P_d$

$P_{cr}$  - статичний тиск - зумовлений потенціалом енергією рідини що знаходиться під тиском

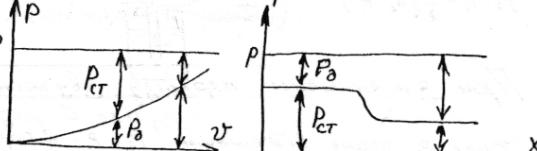
$P_d$  - динамічний тиск - зумовлений кінетичною енергією рухомої рідини

Нерухома рідина  $P_d = 0$   $P_{cr} = P_0 + \rho g h$



Закон Бернуллі - у стационар-

ному потоці сума статичного і динамічного тисків залишається постійною. Ця сума відповідає зі дрістатичному тиску у нерухомій рідині



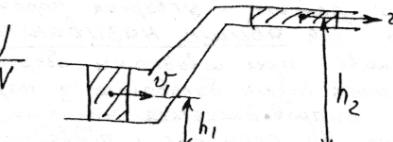
$$A = \frac{F}{\rho g} = \frac{\rho P}{\rho g} = \Delta P \cdot V$$

$$(P_1 - P_2) \cdot V = mg(h_2 - h_1) + \frac{1}{2} (\nu_2^2 - \nu_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \rho g h_2 - \rho g h_1 + \frac{\rho \nu_2^2}{2} - \frac{\rho \nu_1^2}{2}$$

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \nu_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \nu_2^2}{2}$$

$$P + \rho g h + \frac{\rho \nu^2}{2} = \text{const}$$



справедливо лише для ідеальної рідини  
P-на Бернуллі

що рідина теж придаємо її одному рівні

$$P_1 + \frac{\rho \nu_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho \nu_2^2}{2}$$

$$P + \frac{\rho \nu^2}{2} = \text{const}$$

Швидкість витікання струміни з отвору

$$\text{з рівняння Бернулі } \rho_0 + \rho g h + \frac{\rho v_0^2}{2} = \rho_0 + 0 + \frac{\rho v_1^2}{2}$$

якщо площа отвору << площе поверхні рідини то  $v_1 \approx 0$

$$\rho g h = \frac{\rho v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

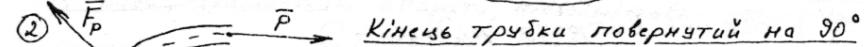
Реально  $v$  залежить ще від в'язкості рідини і форми отвору, і незалежить від густини рідини  $\rho$ .

Реакція струміни

① При витіканні з отвору струміна отримує від тиску рідини інерцію та за II законом Н (або за законом зміни ішору)  $F_{\text{дт}} = m v = \rho \delta v_{\text{ат}} \cdot v = \rho \delta v^2 \delta t$

за III з-нон. Н. на посудину діє  $F_p = F = \rho S v^2$  - реакція витікаючої струміни, або

$$F_p = \rho \delta v^2 = \rho \delta v_{\text{ат}} \frac{v}{\delta t} = \frac{\rho m}{\delta t} \cdot v \quad (F_p = \frac{\Delta m}{\delta t} \cdot v)$$

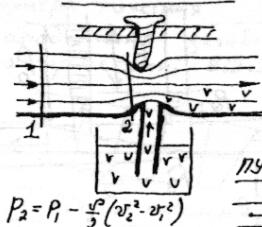
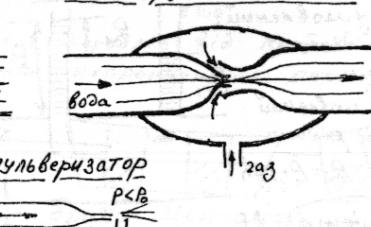
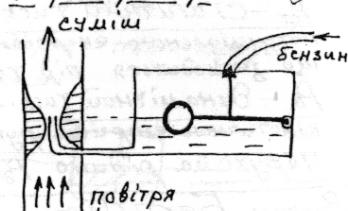
② 

$$F_p = \sqrt{2} \rho \delta v^2 \quad \text{рідина намагається вирівнати згин і рухатись по прямій}$$

Сили реакції при повороті струміни використовують: в гідроавіації (К.К.Д.  $\approx 100\%$ ) і газових турбінах, вітрників, віндуках

Для горизонтальної струмани  $P + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$

тиск менший у тих місцях де швидкість більша - це основа багатьох пристрій.

ЗмішувачВодоструминний насосКордіюатор

При зменшенні перерізу звуження можна не тільки розтягнути

ї, але й розірвати рідину, коли з-за великої  $v_2$  тиск  $P_2$  стане від'ємним  $P_2 = P_1 - \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$ . Чиста вода без мікробульбашок

вигриче розтяг, від'ємний тиск  $3,4 \text{ МПа}$ . Реально розрив наступає

значно раніше і утворена порожнина негайно заповнюється насиченою парою. Це явище називають "кавітацією" (Воно зумисе

шкідливе - при швидкому обертанні корабельного гвинта (складання), розриви води утворюють безліг бульбашок з парою, подальше зіткнення яких під тиском води супроводжується ударами тиску, що пошкоджує поверхню гвинта. На кораблях і підводних човнах відмовились від високого обертання малих гвинтів на користь великих, що обертаються повільно  $\omega = 5-8 \text{ м/с}$  (Θ гвинти на підстанціях Θ обробка надтвердих матеріалів).

④ прискорення кінцевих реакцій.

Істинні рідини

Чим дамі від початку трубы, тим менше статичний тиск рідини що тече (При однаковій швидкості тиск у тонких трубах падає швидше ніж у широких). Поручується закон Бернулі - з-за збереження енергії

падіння тиску рідини в трубі пояснюється тертям (в'язкістю)

якщо  $v = \text{const}$ , то сили тиску на виділеній об'ємі рідини повинні зберігатись силою тертя

$$F_{\text{тр}} = F_1 - F_2 = P_1 \cdot S - P_2 \cdot S = \rho \cdot P \cdot S \quad P_1 > P_2$$

$F_{\text{тр}}$ -залежить: ① від швидкості рідини ② діаметра і довжини труби ③ роду рідини. ④ у стоячій рідині сили тертя відсутні

Гідродинамічні сили по поверхні рідини

При русі плоскої пластинки  $S$  один шар рідини ковзає по іншому. Це веде до

виникнення сил виняткового тертя, кожен шар рідини буде діяти на прилеглі до нього, так що в рідині встановиться неперервна зміна швидкості від пластинки  $v_0$  до  $0$  на  $v=0$ . Молекули у верхніх шарах мають більшу швидкість, у нижніх - меншу

шари діють один на другий внаслідок переноса імпульса молекулами, при переході з одного шару в інший.

$$F_{\text{тр}} = \eta \frac{v}{h} S$$

$$\eta = \left[ 1 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2} = 1017 \right] \text{П-показ} \quad \eta_{\text{води}} = 10^{-3} \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2} \quad \eta_{\text{шеб}} = 150 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}$$

Формула Ньютона - сила від'ємного тертя



$$v(r) = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad \text{для ламінарного руху}$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{(P_1 - P_2) \pi R^4}{8 \eta l} \quad \text{формула Пузейля (ФР)} \quad (\text{для ламінарного руху})$$

$$F_{\text{тр}} = \Delta P \cdot S = \frac{8 \eta e Q}{R^2}$$

**К-ТК** Ламінарний рух (стационарний) - рух при якому рідина не змішуватися (малі швидкості)

Ламінарний турбулентний рух - рух з інтенсивним перемішуванням рідини, швидкості частинок в даному місці весь час хаотично змінюються - течія нестационарна.

$Re$  - число Рейнольдса характеризує відносне значення інертності і в'язкості середовища при утворенні сил опору

$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$  - характерний для пооперечного перерізу тіла гут труби розмір.  $Re < Re_{крит.}$  - течія ламінарна  $(l = \infty)$

$Re_{критичн.} = 1000 \div 3000$   $Re > Re_{крит.}$  - течія турбулентна

$Re$  - визначають експериментально. Якщо  $Re$  однакове - характер течії одинаковий

Гідродинамічні сили - сили, що діють на рухоме тіло в рідині чи газі (внаслідок прилипання тонкого шару рідини до тіла, цей шар рухається разом з тілом, захоплюючи інші шари рідини).

Складові гідродинамічної сили - лобовий опір і підіймальна сила. лобовий опір = опір тertia + опір тиску

① При повільному русі  $Re < 1000$  інертність середовища не істотна, опір зумовлений в'язкістю (силами тertia).

$F_{опору} = K \frac{1}{2} C_x \rho v^2$  (1)  $F_{опору} = 6 \pi \frac{1}{2} R v$  - форма Стокса - сила опору рухомі кульки в рідині

② При великій швидкості  $Re > Re_{крит.}$  опір зумовлений інертністю середовища

$F_{опору} = C \frac{1}{2} \rho S \frac{v^2}{2}$  (2)  $C$  - коеф. визначається формою тіла і залежить від  $Re$

$F_x = C_x \rho S \frac{v^2}{2}$  }  $F_x$  - лобовий опір  $F_y = C_y \rho S \frac{v^2}{2}$  }  $F_y$  - підіймальна сила

$$N = F_x \cdot v = C_x \cdot \rho \cdot S \frac{v^3}{2} \text{ Для } 212 \cdot N \approx 18$$

Зменшення  $C_x$  вигідне для швидкохідних автомобілів.  $C_x$  визначається формою

$C_x = 1.4 \rightarrow C_x = 1 \rightarrow C_x = 0.4 \rightarrow C_x = 0.05 \rightarrow C_x = 1 \rightarrow C_x = 0.35$

### Підіймальна сила крила

① Ламінарний рух - лінії течії прямі під крилом, викривлені і зближені над крилом (так 2-й шах)

3-й на бернулі - тиск над крилом < тиску під крилом

різниця сил тиску - підіймальна сила крила

② турбулентний рух - циркуляція повітря навколо крила, сповільнює рух повітря під крилом, що збільшує підіймальну силу ( $F_y = \rho v^2 \cdot 0.5 \rho \alpha \cdot S$ )

є - довжина крила  $d$ -гою ширину  $\alpha$ -кут атаки

$d \alpha = S$  - лобовий переріз крила.  $\alpha$  - Жуковського.

Ефект Магнуса - внаслідок обертання рухомого

цилиндра з різних сторін різна швидкість обтікання - різні статичні тиски що створюють силу напротилежну пооперечному русу (футбол, хокей, цилиндри замість вітрин.)

Формули (1) і (2) для  $F_{опору}$  отримані методом розмірності способі обчислення функціонального вдаємо в зважу різних величин на основі аналізу розмірностей

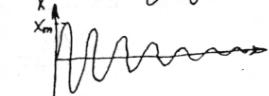
Суть: якщо величина  $v$  залежить від  $A, B, C \dots P$ , то формула збудиться

### Механічні коливання - рухи які повторюються

#### Види коливань

##### Вільні (внутрішні сили)

затухаючі  $X_m \rightarrow 0$

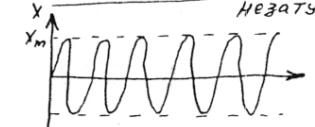


т.т. маятники ...

- ① находит системи энергию
- ② наявність повертаючої сили
- ③  $F_{тр}$  - мале

##### Вимушені (зовнішні сили)

незатухаючі  $X_m = \cos \omega t$



поршень у двигуні, голка швейкої машини.

наявність зовнішньої періодичної сили

#### Параметри коливань

##### $X$ -зміщення( $m$ )

положення маятника в даний момент  $t$ .

$\omega$ -циклічна частота ( $s^{-1}$ ) - кількість коливань за  $2\pi$  секунду

##### $X_m$ -амплітуда( $m$ )

тах відхилення від положення рівноваги

$T$ -період( $s$ )

час одного коливання

$\nu$ -частота( $Hz$ )

кількість коливань за 1 секунду

$$T = \frac{t}{N} \rightarrow T = \frac{1}{\nu} \leftarrow \nu = \frac{N}{t}$$

(блесні)

#### Перетворення енергії (вільні коливання)

Якщо  $F_{тр} = 0$  (коливання незатухаючі)  $E = K + U = \text{const}$

① математичний маятник

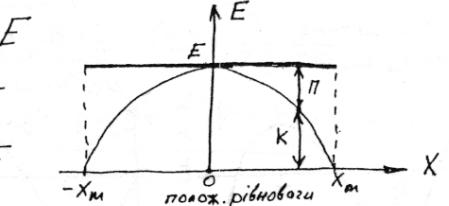
$$\frac{m v_m^2}{2} = m g h_m = E$$

② пружинний маятник

$$\frac{m v_m^2}{2} = \frac{k x_m^2}{2} = E$$

③ дізичинний маятник

$$\frac{U \omega_m^2}{2} = m g h_m = E$$

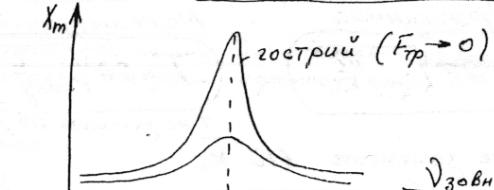
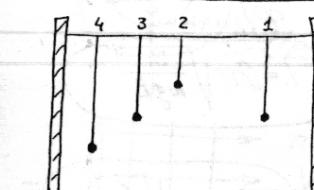


#### Вимушені коливання

$$\nu_{\text{вимущ.}} = \nu_{\text{зовн. сили}}$$

$X_m$  вимущ.

- ① Амплітуда  $F_{зовн.}$
- ② співвідношення  $\nu_{зовн.}$  і  $\nu_0$
- $\nu_0$  - частота вільних (власних) коливань системи



Резонанс - явлення різкого зростання амплітуди  $X_m$  вимушених коливань при співпаданні частоти зовнішньої сили  $\nu_{зовн.}$  з частотою власних коливань  $\nu_0$

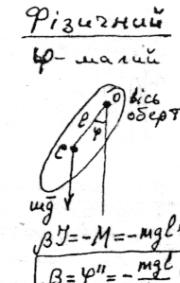
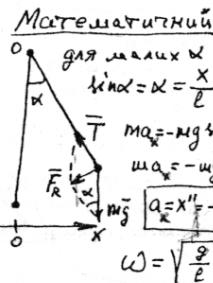
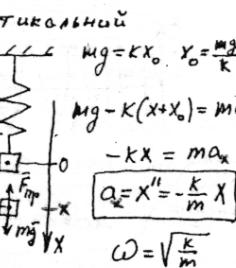
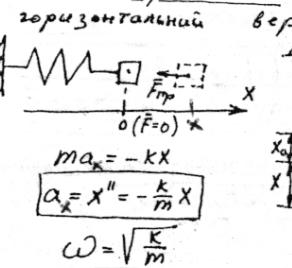
detali які обертатися, що не вносять флаттер (авіасія) ...

...

K-44

## МЯТНИКИ

### ПРУЖИННИЙ



Р-НЯ РУХУ МЯТНИКІВ

$$X'' = -\omega^2 X \quad \text{розв'язок} \quad X = X_m \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \text{Р-НЯ ГАРМОНІЧНИХ} \quad \omega = \sqrt{\frac{mg}{l}}$$

КОЛІВАНЬ

Гармонічні коливання - координата (швидкість, прискорення) міняються за законом  $\sin$  або  $\cos$

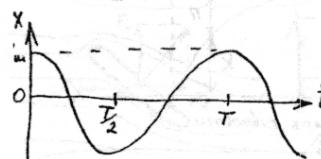
Означення: сила пропорційна зміщенню (куту) - квадратична сила.

$\varphi$  - початкова фаза - визначає початковий стан системи

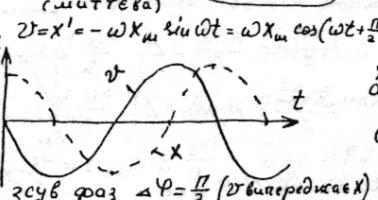
$\varphi = (\omega t + \varphi_0)$  [рад] - фаза - показує, яка частина коливань пройшла від початку коливань

Зміщення

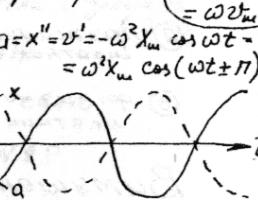
$$X = X_m \cos \omega t$$



$$\text{Швидкість} \quad v = \dot{X}_m = \omega X_m \quad (\sin \omega t)$$



$$\text{Прискорення} \quad a = \ddot{X}_m = \omega^2 X_m = \omega^2 v_m$$



Період коливань маятників ( $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ )

Пружинний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Математичний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad k-\text{маса} \quad T \text{ не залежить від } m$$

Фізичний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{mg}}$$

$T$  - не залежить від  $k_m$

Якщо сист рухається прискорено  $\ddot{a}_{\text{ср}} = \ddot{g} + \ddot{a}$   $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + a}}$   $\ddot{a} = \ddot{a}_0$

Застосування: вісмайдання д, годинник, годинник, маятник. Руко...

P-10

ІДЕАЛЬНІ ХВИЛІ - коливання що поширюються у пружному середовищі з гасінням.

Виникають: як вимушені коливання взаємодіючих частинок (сил пружності, інерції).

Джерела: тіла що коливаються швидкість: скінченно < с

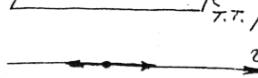
Переносять: коливання, фронтенергію непереносять: резонансу

Типи хвиль

Поперечні (звук) - Т.Т.



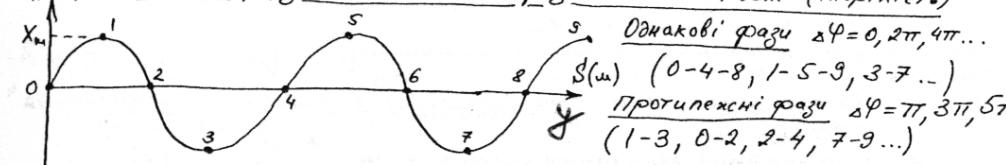
Поздовжні (стиск-роздр.) Т.Т. рідини, гази



Сейсмічні, на пов. рідини, струна...

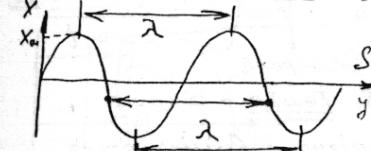
Звук, ультразвук, інфразвук ...

$X(t)$  Звук фаз (фази) коливань різних часток хвилі (інерції)



Однакові фази  $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi \dots$  Протилежні фази  $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$  (1-3, 0-2, 2-4, 7-9...)

Довжина хвилі - відстань між двома наїднаковими токами, що коливаються з однаковими фазами.



$$V = \lambda \cdot \nu$$

$$\nu = \frac{\lambda}{T}$$

$$X = X_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi)$$

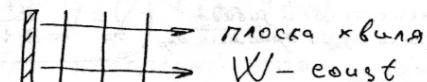
Поняття

Хвильова поверхня - поверхня току з однаковими фазами, на площині (коло) у просторі (сфера)

$$W \sim \frac{1}{R}$$

$$V \sim \frac{1}{R^2}$$

Промінь - лінія, нормальні до хвильової поверхні, показує напрям переносу енергії

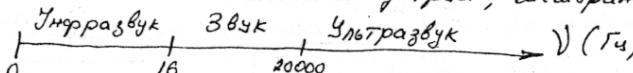


$$W = \text{const}$$

## 1-76) АКУСТИКА - вчення про звук

Звукові хвилі - поздовжні механічні хвилі

Джерела - тіло чи коливається (струна, стержень, пластина, стіб повітря у трубі, мембрани і т.д.).



Звук - коливання які людина сприймає органами слуху з частотою від 16 до 20000 Гц ( $\lambda_{\text{звук}} = 17 \text{ см} \div 20 \text{ м}$ )

(Звук)

- 1. Музичний тон.
- 2. Музичний звук
- 3. Шум
- 4. Вібрація

1. Муз. тон - синусоїдалне (гармонічне) коливання певної частоти

2. Муз. звук - одноголосне звукання декількох муз. тонів (несинусоїдалне коливання, що є результатом додавання декількох синусоїдалних) Тон найнижчої частоти (основний) - визначає загальну висоту звуку, інші тони (обертона) - визначають "задорвлення" звуку - тембр

3. Шум - нерегулярні коливання (суміш численних коливань залежної одноакової амплітуди з самими різними частотами)

4. Вібрація - короткочасна і сильна звукова дія

Звукові відчуття - коливання джерела

1) Гучність - амплітуда ② Висота - частота ③ Тембр - форма

Швидкість звуку - у різних середовищах різна і визначається механічними властивостями середовища і частотою (дисперсією) звуку.

У.Т.Т.

$$1. \text{модулі пружності } E \\ 2. \text{густини } \rho \\ 3. \text{температура } T$$

$$v_{\text{сталь}} = 5500 \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ при } t=20^\circ\text{C}$$

У рідинах

$$1. \text{густина } \rho \\ 2. \text{температура } T \\ 3. \text{стисливість } \chi$$

$$v_{\text{води}} = 1425 \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ при } t=0^\circ\text{C}$$

У газах

$$1. \text{густина (молярна)} \\ 2. \text{температура} \\ 3. \text{показник адіабати} \\ v_{\text{повітря}} = 331 \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ при } t=0^\circ\text{C}$$

Звуковий явіння

1. Звуковий резонанс (приклад...)

2. Ефект Доплера - частота звуку, що реєструється при переміщенні залежить від швидкості руху і джерела звук і приймача звуку

$$v_{\text{пр}} = \sqrt{\frac{v_{\text{зв}} + 2v_{\text{р}}}{v_{\text{зв}} - 2v_{\text{р}}}}$$

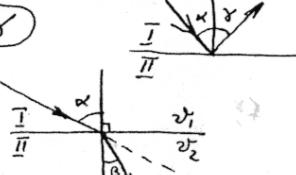
Закони поширення хвилі

Із-н - В однорідних середовищах хвилі поширяються рівномірно, прямуючи. При переході з одного середовища ① в інше ② напрям поширення хвиль (на менші середовищі) змінюється. Хвилі (частота) повертається в I середовище - відбивається, а частота проходить у II середовищі - заломлюється

ІІІ-н - відбивання ( $\alpha = \gamma$ )

ІІІ-н - заломлення

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$



$\alpha$ -кут падіння

$\beta$ -кут відбивання

$\gamma$ -кут заломлення

## ЛОНІВОВІ ХВИЛІ

I Інтерференція - додавання хвиль, при якому відбувається перерозподіл енергії у просторі (збільшення або зменшення амплітуди результуючих коливань у різних точках простору).

Умова інтерференції - хвилі когерентні:

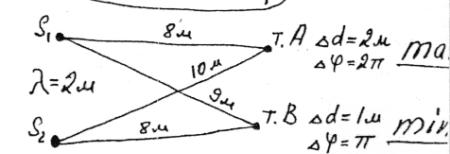
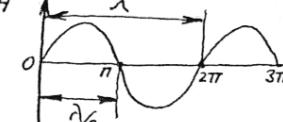
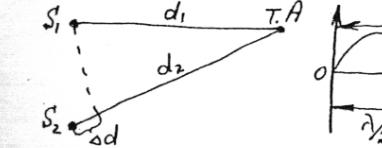
① Однакова частота  $v_1 = v_2$  ( $\lambda_1 = \lambda_2$ ) ② стала у часі різниця фаз  $\Delta\varphi = \text{const}$

Амплітуда результуючих коливань у точці визначається різницею фаз хвиль у даній точці простору -  $\Delta\varphi$

$\max - \Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi \dots$   
(однакові фази)

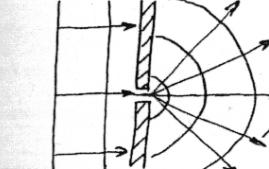
$\min - \Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$   
(протилежні фази)

$\Delta\varphi$  - визначається різницею ходу хвиль  $\Delta d = |d_1 - d_2|$



max  $\Delta d = k\lambda$   $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  min  $\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

II Дифракція - оточення хвильми перешкод, відхилення від прямолінійного поширення

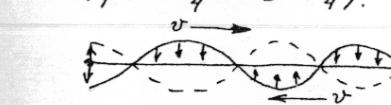


попід  $\lambda > d$

Умова дифракції

частково  $\lambda \ll d$

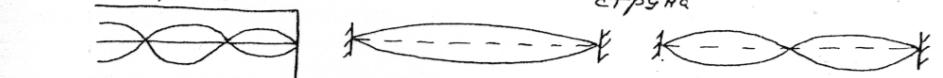
Оркестр (скрипка, бардак)



При утворенні стоячих хвиль у трубах на їх відкритих кінцях утворюються пунгніси, на закритих - вузли.

Закріплена струна - на кінцях вузли.

струна



Фаза всіх токів стоячої хвилі залежить лише від часу  $\varphi = \omega t$  і не залежить від координат (Усі точки тіла між сусіднimi вузлами коливаються в одній фазі і лише при переході через вузол фаза відроджується на протилежну).