

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

*Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка*

„ЛЕВЕНЯ – 2012” ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник



Львів
Каменяр
2012

УДК 372.853
ББК 74.265.1-922
Л35

Цю книжку оргкомітет конкурсу підготував для переможців, сподіваючись, що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри) з фізики, та для вчителів, які їх готуватимуть.

Оргкомітет конкурсу “Левеня – 2012”:

Володимир Алексейчук
Володимир Дзюбанський
Борис Кременський
Олена Хоменко

Адреса оргкомітету:

79054, Львів, вул. Караджича, 29
Львівський фізико-математичний ліцей
Тел./факс: (032) 240-17-02
E-mail: levenia.lviv@gmail.com
[http:// levenia.com.ua](http://levenia.com.ua)

Директор ліцею **Мар'ян Добосевич**

Благодійний фонд “Ліцей”

Філія АТ “Укресімбанку”

рахунок отримувача 260030260560

МФО 325718

ЄДРПОУ 22360064

Виконавчий директор благодійного фонду “Ліцей”

Михайло Мурашук

ISBN 978-966-607-206-7

©Львівський фізико-математичний ліцей, 2012

Дорогі друзі Левеня!

Прийміть найщиріші вітання з перемогою в цьогорічному Всеукраїнському фізичному конкурсі «Левеня – 2012»!

У всі часи освічених людей поважали. Здобута освіта – це прихований скарб, цілий світ знань про людей та їх оточення. Треба навчатися, щоб знати, діяти, жити.

Участь у Всеукраїнському фізичному конкурсі «Левеня» – це можливість показати свої знання та вміння розв'язувати задачі, проявити навички логічного мислення та креативності під час пояснювання фізичних явищ.

Щиро вітаю переможців конкурсу з перемогою сили розуму та власного інтелекту. Нехай перші ваші здобутки стануть міцною основою подальшого навчання та самовдосконалення.

Знання тільки тоді справжні, коли вони здобуті зусиллями думки, а не пам'яттю, тому бажаю Вам, шановні учні, сил, натхнення та наполегливості для подолання наступних вершин. Нехай Ваша майбутня доля буде сповнена незабутніх миттєвостей життя, справжніх відкриттів та наукових перемог!

Вельмишановні вчителі та організатори Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня»! Уклінно дякую Вам, тим, хто щоденною самовідданою працею допомагає своїм вихованцям пізнавати світ, щиро ділиться своїми знаннями, прививає учням навички творчого пошуку таємниць природи за допомогою її Величності Фізики. Прийміть мої найщиріші побажання та безмежну вдячність за невтомну титанічну працю, за тепло сердець, терпіння та мудрість, паростки якої Ви залишаєте в душах своїх вихованців на все життя.

Щастя Вам, міцного здоров'я, натхненної праці та творчих звершень!

Хоменко Олена Вікторівна,

головний спеціаліст

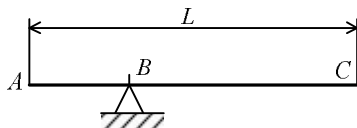
Міністерства освіти і науки,

молоді та спорту України

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
ІІ Всеукраїнська олімпіада юних фізиків, м. Львів, 2012

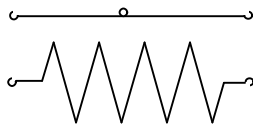
Теоретичний тур 8-й клас

8.1. Неоднорідний стрижень довжиною L має одну точку опори B (див. мал.) і утримується в горизонтальному положенні з допомогою вертикальної сили, що прикладається в точці C . Відомо, що при двох різних положеннях точки опори, коли $AB = x_1$ та $AB = x_2$ ($x_1 > x_2$), для забезпечення горизонтального положення стрижня потрібно прикласти однакову за величиною силу: $F_1 = F_2 = F$. Знайти положення центра тяжіння x_0 відносно точки A та масу стрижня m при відомих x_1 , x_2 , F , L .



8.2. Від круглого Сонця за допомогою квадратного дзеркальця можна пускати сонячні зайчики. Такий зайчик за певних умов може мати форму подібну або до дзеркальця, або до сонця. Поясніть причину зміни форми сонячного зайчика. Пояснення проілюструйте малюнком. Вертикальний екран розташуємо перпендикулярно до сонячного променя, відбитого квадратним дзеркальцем. А дзеркальце – під кутом 30° до горизонту, так, що дві його горизонталі сторони перпендикулярні до відбитого променя. Визначте освітленість E у центрі цього сонячного зайчика при відстанях $R_1 = 5$ м і $R_2 = 15$ м між дзеркальцем та екраном (відповіді виразити в одиницях освітленості E_0 , яку створюють прямі сонячні промені на перпендикулярному до них екрані). Розміри дзеркальця $10\text{см} \times 10\text{см}$, кут, під яким видно диск сонця, $\alpha = 0,5^\circ$. Втратами сонячної енергії під час відбиття променів знехтувати.

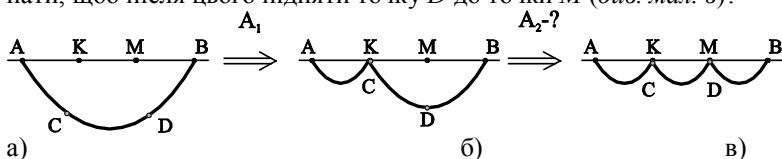
8.3. Вам необхідна пружина жорсткістю 300 Н/м, але у вашому розпорядженні є тільки пружини жорсткістю 500 Н/м і легкі дротяні стрижні (див. мал.), які можна використовувати для з'єднання цих пружин. Запропонуйте спосіб отримання необхідної жорсткості, використовуючи мінімальну кількість пружин. Стрижні можна розрізати і робити на них петельки для з'єднання. Псувати пружини забороняється. Наведіть розрахунки і зробіть схематичне зображення конструкції.



8.4. Замкнена лижна траса має довжину 5 км. У парних змаганнях на 20 км беруть участь команди з двох учасників, які на двох мають тільки одну пару лиж. Перемагає та команда, яка першою збереться на фініші після проходження кожним учасником чотирьох повних кругів. Час команди реєстру-

ється по останньому спортсмену, який дістався фінішу. Розрахуйте найменший час, за який може фінішувати команда з двох однокласників і наведіть приклад можливого розкладу руху, якщо швидкості, з якими хлопчик і дівчинка йдуть без лиж сніжною трасою, $u_x = 6$ км/год і $u_d = 5$ км/год, а швидкості, з якими вони пересуваються на лижах, $v_x = 15$ км/год і $v_d = 20$ км/год, відповідно. Одночасно користуватися лижами може тільки одна людина. Користуватися лижами іншої команди заборонено.

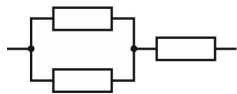
8.5. Важкий ланцюжок підвішений між точками A і B (див. мал. а). Точки C і D ділять ланцюжок на три рівні частини, а точки K й M ділять на три рівні частини відрізок AB . Для того щоб з'єднати точку C із точкою K (див. мал. б), потрібно виконати роботу $A_1 = 12$ Дж. Яку роботу необхідно виконати, щоб після цього підняти точку D до точки M (див. мал. в)?



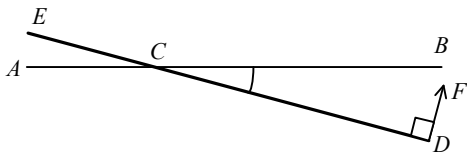
Задачі запропонували: А. П. Федоренко (1), О. Ю. Орлянський (2-4), Є. П. Соколов (5).

9 клас

9.1. Монтажник повинен збирати однакові ділянки кола (див. мал.) з резисторів опором $R_1 = 9$ кОм. В ящику біля нього міститься однакова кількість резисторів двох різних опорів R_1 і R_2 . Він випадковим чином бере з ящика резистор і складає потрібні ділянки кола. Зібравши багато таких ділянок кола, він витратив однакову кількість резисторів обох типів. Вимірювання показали, що середнє арифметичне значення опору зібраних ділянок кола дорівнює 6,7 кОм. Визначте значення опору R_2 .



9.2. На горизонтальній площині вздовж прямої AB лежить однорідний брус масою m і довжиною L (див. мал.). Брус перетинає пряму AB в деякій точці C . При цьому $DC = x$, $L/2 \leq x < L$. Робітнику потрібно перемістити брус так, щоб він лежав на прямій AB . Для цього він поряд з брусом у точці C забиває вертикальний стрижень. У точці D перпендикулярно DE прикладає горизонтальну силу F і

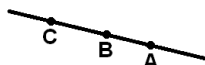


обертає брус навколо стрижня. Залежно від значення x , знайдіть: величину мінімальної сили F ; величину реакції R_C з боку стрижня; той бік бруса, з якого потрібно вбити стрижень. Коефіцієнт тертя ковзання між брусом і площиною μ .

9.4. “Ємність” акумулятора зменшується при багаторазовій зарядці залежно від напруги, до якої він заряджений. Для акумулятора за один цикл зарядки-розрядки максимальний заряд спадає на 2 мА·год при напрузі 4,2 В і на 10 мА·год при 4,3 В. Акумулятор заряджається автоматичним пристроєм. Спочатку напруга, до якої заряджався акумулятор, становила 4,2 В, а початкова ємність – 1 А·год. Потім, внаслідок помилки, зарядний пристрій почав заряджати акумулятор до 4,3 В при досягненні ємності 800 мА·год. При зменшенні “ємності” до 500 мА·год акумулятор замінили. Протягом якого часу пропрацював мобільний телефон із цим акумулятором, якщо його струм споживання становить 40 мА? Скільки б він працював, якби напруга зарядки весь час становила б 4,2 В?

Вказівка: “ємністю” акумулятора називають максимальний повний заряд, який може пройти через навантаження, приєднане до нього (вимірюється в А·год). Часом, який витрачається на заряджання акумулятора, знехтуйте.

9.5. Зображення точкового джерела одержано в точці A (див. мал.) за допомогою тонкої лінзи. Якщо замінити цю лінзу іншою і розташувати її в тому самому місці, можна отримати зображення в точці B . Якщо після цього першу лінзу поставити впритул до другої, то зображення переміститься в точку C . Визначте побудовою положення джерела світла.

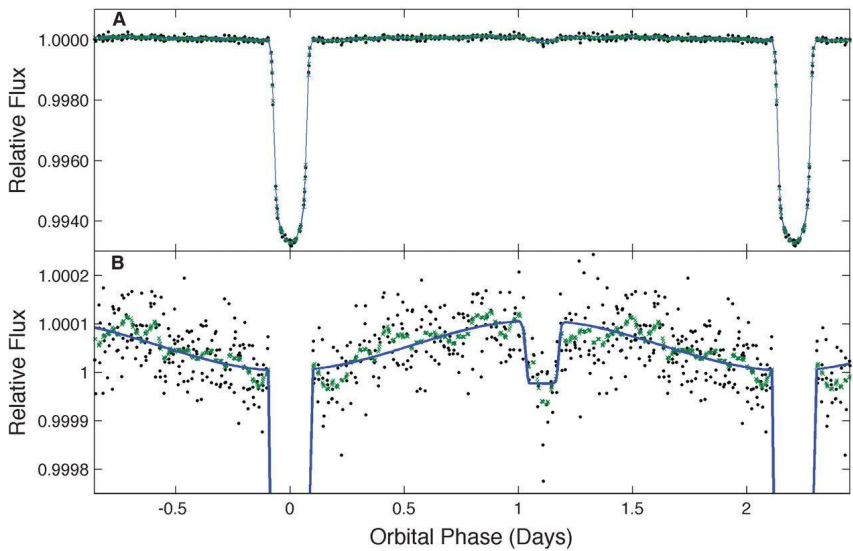


Задачі запропонували І. М. Гельфгат (1), А. П. Федоренко (2), В. П. Сохацький (3), О. І. Кельник (4), С. У. Гончаренко (5).

10 клас

10.1. Див. задача №3, 8 клас.

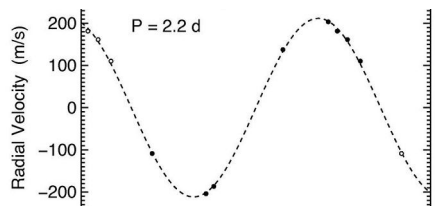
10.2. Космічний телескоп Кеплер був запущений з метою пошуку транзитних планет (які під час свого орбітального руху періодично проходять по диску зорі, зменшуючи світловий потік від неї). Світловий потік від однієї із зір змінювався з періодом у 2,2 доби, що дало змогу зробити висновок про існування близько розташованої планети і «побачити» не тільки затемнення зорі планетою, але й планети зорею. На мал. 1 наведена залежність відносного світлового потоку від часу у двох масштабах.



мал.1

Relative Flux – відносний світловий потік, Orbital Phase (Days) – фаза руху по орбіті (час в добах), Radial Velocity (m/s) – радіальна швидкість (м/с).

Додаткові спостереження дозволили знайти прискорення вільного падіння $g = 120 \text{ м/с}^2$ на поверхні зорі та залежність її радіальної швидкості (проекція вектора швидкості зорі на напрям до спостерігача) від часу (див. мал. 2). Користуючись цими даними, оцініть відстань між зорею та планетою, а також їхні маси і радіуси.



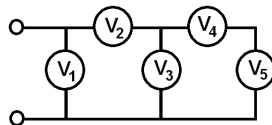
мал.2

10.3. З мосту над річкою горизонтально кидають кульку у напрямку проти течії. Початкова висота кульки над рівнем води 5 м, початкова швидкість 10 м/с. Знайдіть швидкість кульки, в момент коли вона буде рухатись вертикально. Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що швидкість води усюди однакова і дорівнює 2 м/с. Густина матеріалу кульки дорівнює густині води, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

10.4. Однорідний брусок довжиною L лежить на гладенькій горизонтальній поверхні (див. мал.). На нього кладуть такі самі бруски так, що їхні бічні грані утворюють одну площину, а торець кожного наступного бруска зсувається щодо попереднього на величину L/a (a – ціле число). З якої максимальної кількості брусків може складатися така конструкція?



10.5. З п'яти однакових вольтметрів зібране коло. Покази вольтметрів: $U_1 = 5$ В, $U_2 = 4$ В, $U_3 = 2$ В, $U_4 = 1$ В, $U_5 = 1$ В. В одного з вольтметрів зігнута стрілка, і його покази неправильні. Який з вольтметрів несправний? Чому дорівнює напруга на цьому вольтметрі?

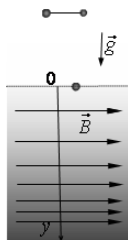


Задачі запропонували О. Ю. Орлянський (1-3), С. У. Гончаренко (4-5).

11 клас

11.1. Див. *Задача №5, 9 клас.*

11.2. Магнітне поле, лінії якого паралельні і горизонтальні, обмежене згори горизонтальною площиною. З цієї площини відпускають маленьку заряджену кульку. Виявилось, що вона рухається вздовж кола радіуса R . Знайдіть залежність магнітної індукції B від координати y (позначення див. мал.). Якими будуть максимальна швидкість і прискорення двох таких кульок, з'єднаних легкою нерозтяжною ниткою, якщо їх одночасно відпустити з висоти $h = 6R$ над горизонтальною площиною? Вважати, що залежність $B(y)$ не змінюється для всіх точок магнітного поля. Опором повітря та розмірами кульок знехтувати.



11.3. З мосту над річкою горизонтально кидають кульку у напрямку проти течії. Початкова висота кульки над рівнем води 5 м, початкова швидкість 10 м/с. Побудуйте графік залежності модуля швидкості кульки від кута α між цією швидкістю та горизонтом. Знайдіть модуль швидкості кульки, коли швидкість напрямлена вертикально. Опором повітря знехтуйте. Вважайте, що швидкість води усюди однакова і дорівнює 2 м/с. Густина матеріалу кульки дорівнює густині води, $g = 10$ м/с².

11.4. Численні дані свідчать, що Всесвіт, починаючи з моменту його виникнення (Великий вибух) і по сьогодні, розширюється. До відкриття темної енергії вважалось, що майбутня еволюція Всесвіту визначається сучасним значенням середньої густини матерії Всесвіту, залежно від якого Всесвіт

може або розширюватись вічно, або розширення колись припиниться, або ж воно колись зміниться стисненням. 1. Вважаючи, що: а) Всесвіт наближено можна розглядати як сферу змінного з часом t радіуса R , де $R \sim t^n$ ($0 < n < 1$), всередині і на поверхні якої знаходяться галактики; б) швидкість кожної галактики наближено визначається законом Хаббла $v = HR$, де H – параметр Хаббла, сучасне значення якого дорівнює 15 км/с на 1 млн. світлових років (1 світловий рік – відстань, яку фотон проходить за 1 земний рік) на базі законів Ньютона знайти, при якому сучасному значенні середньої густини матерії ρ Всесвіту його радіус (1.1) залишиться сталим; (1.2) збільшуватиметься з часом; (1.3) зменшуватиметься з часом. 2. Вважаючи, що: а) сучасне значення середньої густини матерії збігається з так званим критичним значенням, при якому радіус Всесвіту не змінюється; б) в одному грамі матерії міститься $6,02 \cdot 10^{23}$ ядерних частинок; знайти, скільки ядерних частинок в середньому знаходиться в даний момент в 1 см^3 Всесвіту. 3. Вважаючи, що параметр Хаббла зв'язаний з радіусом R співвідношенням $H = (1/R)(dR/dt)$, знайти (3.1) сучасний вік Всесвіту, вважаючи $n=2/3$; (3.2) вік Всесвіту, коли густина його маси дорівнювала $3 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$.

11.5. У вертикально розміщеній, відкритій з одного кінця в атмосферу трубі легкий теплопроникний поршень відділяє водень від рідини, налитій поверх поршня (див. мал.). Водень повільно нагрівають, і поршень повільно переміщується. До моменту, коли поршень перемістився настільки, що вся рідина з трубки вилася, водень одержав кількість теплоти $Q = 100 \text{ Дж}$. Визначити об'єм водню в початковому стані, якщо відомо, що він удвічі більший, ніж об'єм рідини, який, у свою чергу, дорівнює об'єму атмосферного повітря в трубі. Атмосферний тиск $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. Додатковий тиск, створений стовпом рідини, спочатку налитій в трубку, дорівнює $P_0/9$. Тертям поршня об трубку знехтувати.



Задачі запропонували С. У. Гончаренко (1,5), О. Ю. Орлянський (2-3), С. Й. Вільчинський (4).

Експериментальний тур

8 клас

Завдання 1. Зі шкільного курсу фізики вам відомо, що період коливань маятника, виготовленого з нитки та тягарця, прямо пропорційний кореню квадратному довжини ($T \sim \sqrt{L}$).

- Порівняйте періоди коливань маятників, виготовлених з порожньої й заповненої пляшки.
- Визначте відносне видовження волосіні під впливом сили 5 Н.
- Проаналізуйте отриманий результат і зробіть висновки.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: волосінь рибальська, штатив з лапкою або кільцем, 2 пляшки по 0,5 л. *Групове:* мірна склянка до 200 мл, ємність з водою, ганчірка для протирання столу, порожня велика ємність для зливу відпрацьованої води, котушка з волосінню, ножиці, сірники..

Завдання 2. За допомогою запропонованого обладнання:

- визначте коефіцієнт тертя паперу по дереву.
- визначте середню силу, яка притискає губки прищіпки один до одного.
- проаналізуйте отримані результати й зробіть висновки.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: прищіпка дерев'яна для білизни; пластиковий стаканчик; лінійка; аркуш паперу А4; пластикова чайна ложечка. *Групове:* нитки швацькі; сіль кухонна; терези з важками; скотч; ножиці.

Підказка: коефіцієнт тертя ковзання можна знайти, наприклад, як відношення висоти похилої площини до її основи, коли тіло рівномірно ковзає по цій похилій площині. При цьому можна вважати, що максимальна сила тертя спокою дорівнює силі тертя ковзання в момент початку руху.

9 клас

Завдання 1. За допомогою запропонованого обладнання:

- визначте товщину мідного шару;
- вкажіть, які чинники вплинули на точність результатів;
- оцініть точність метода визначення товщини.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: дві смужки діелектрика, вкриті тонким шаром міді (до кожної смужки припаяний провідник); міліметровий папір; батарейка; амперметр шкільний; пластиковий стаканчик; провідники; серветка. *Групове:* годинник; посудина із розчином мідного купоросу.

Довідка: електрохімічний еквівалент міді $3,3 \cdot 10^{-7}$ кг/Кл; густина міді $8,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

Увага! Місце пайки в розчин не занурювати!

Завдання 2. За допомогою запропонованого обладнання:

- визначити коефіцієнт тертя паперу по дереву.
- визначити середнє значення сили, з якою притискаються одна до одної губки прищіпки.
- проаналізуйте отримані результати та зробіть відповідні висновки.

Матеріали та обладнання. Групове: нитка швацька; сіль кухонна; ваги з різновагами; скотч; ножиці. *Індивідуальне:* прищіпка дерев'яна для розвішування білизни; пластиковий стаканчик; пластикова чайна ложка; лінійка; аркуш паперу форматом А4.

Додаткова інформація: Значення коефіцієнта тертя ковзання дорівнює відношенню висоти похилої площини до її основи під час рівномірного ковзання тіла по цій площині.

10 клас

Завдання 1. За допомогою запропонованого обладнання:

- знайдіть внутрішній опір вольтметра.
- знайдіть струм, який має протікати через вольтметр, при якому стрілка відхиляється до позначки 6 В.
- не порушуючи з'єднання резисторів, визначте опір кожного з них.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: три різних резистори з невідомими номіналами, з'єднані трикутником; вольтметр шкальний на 6 В; резистор з номіналом 6,2 кОм; батарея гальванічних елементів; з'єднувальні провідники – 3 шт.

У звіті надати:

1. Теоретичне обґрунтування вибраного методу вимірювань.
2. Експериментальні дані та результати обчислень.
3. Оцінку похибок.

Завдання 2. Користуючись запропонованим обладнанням:

- визначте коефіцієнт тертя шашки по поверхні столу.
- експериментально дослідіть залежність швидкості шашки, якої вона набуває після удару по ній масивного тіла, від швидкості цього тіла.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: шкільний штатив; горизонтальна поверхня парти; одна з фігур для гри у шашки масою 2 г; гирька відомої маси; відрізок дроту для кріплення гирьки до нитки; мірна стрічка; міліметровий папір. *Групове:* нитки.

У звіті навести:

1. Теоретичне обґрунтування методу розв'язання задачі;
2. Виведення розрахункових формул і формул для оцінки похибок вимірювань;

3. Детальний опис способів вимірювань необхідних величин та аналіз факторів, що впливають на точність вимірювань;
4. Результати досліджень у вигляді таблиць та графіків;
5. Аналіз отриманих результатів.

11 клас

Завдання 1. У чорному ящику знаходиться джерело струму, напівпровідниковий діод та два резистори. Відомо, що резистори мають одну спільну точку.

- Накресліть електричну схему чорного ящика.
- Визначте ЕРС джерела та опори резисторів, що знаходяться в чорному ящику, вважаючи діод ідеальним.
- Використовуючи отримані дані, розрахуйте та побудуйте на міліметровому папері вольт-амперну характеристику чорного ящика в діапазоні напруг від -4 В до $+4\text{ В}$.

Матеріали та обладнання: чорний ящик; вольтметр шкільний; батарейка $4,5\text{ В}$; резистор відомого опору (3 кОм); аркуш міліметрового паперу; з'єднувальні провідники (2 шт).

Завдання 2. За допомогою запропонованого обладнання:

- зробіть маятник, використовуючи нитку та один з магнітів. Для кріплення магніту до нитки використайте сталеву гайку;
- вивчіть силу взаємодії магнітів залежно від відстані між ними. Побудуйте на міліметровому папері графік цієї залежності. Вважаючи залежність степеневою, визначте показник степеня та коефіцієнт пропорційності.
- проаналізуйте отримані результати та зробіть висновки.

Матеріали та обладнання. Індивідуальне: штатив шкільний; аркуш картону; два постійних магніти; пластилін; вимірювальна лінійка; міліметровий папір; гайка сталева МЗ. *Групове:* нитки швейні; ножиці; метроном.

Рекомендації:

- починайте з більшої віддалі між магнітами, зменшуючи її доти, доки Ви в змозі вимірювати період коливань маятника;
- не допускайте ударів магнітів один об інший та об металеві предмети;
- щоб магніти не загубилися, тримайте їх у пластиліні;
- після закінчення експерименту поверніть магніти черговому інструкторові.

Довідкові дані: маса магніту разом із гайкою дорівнює $0,82\text{ г}$.

РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ

8 клас

Задача 8.1

Запишемо умови рівноваги відносно точок B для обох випадків (точка O центр мас стрижня).

$$F_1(L - x_1) = mg(x_1 - x_0). \quad (1)$$

$$F_2(L - x_2) - mg(x_0 - x_2) = 0, \quad (2)$$

За умовою $F_1 = F_2 = F$. Тоді, зрівнянь (1) і (2) отримаємо:

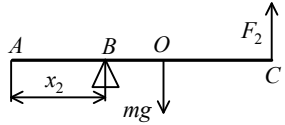
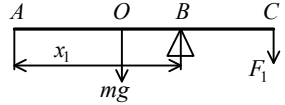
$$\frac{(x_1 - x_0)}{(L - x_1)} = \frac{(x_0 - x_2)}{(L - x_2)}.$$

Звідки знаходимо положення центра тяжіння

$$x_0 = \frac{L(x_1 + x_2) - 2x_1x_2}{2L - (x_1 + x_2)}. \quad (3)$$

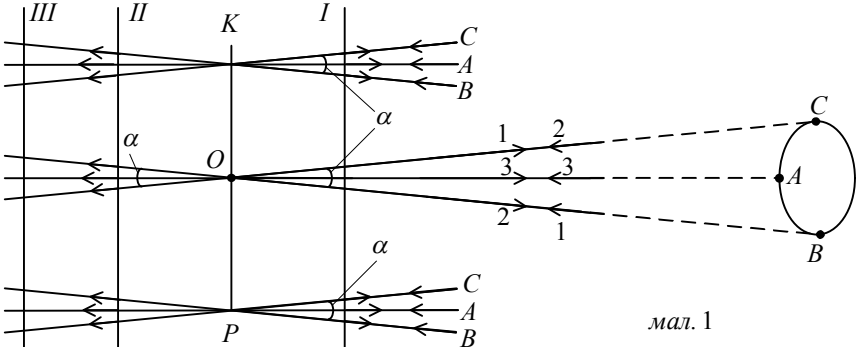
Масу можна знайти як з рівняння (1), так і з рівняння (2).

$$m = \frac{2L - (x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} \frac{F}{g}.$$



Задача 8.2

Розглянемо сонячні промені, що падають і відбиваються від різних точок дзеркала. Враховуючи, що: **1.** Сонце не точкове джерело світла, його диск видно під кутом $\alpha = 0,5^\circ$; **2.** Сонце знаходиться на величезній відстані від нас і промені, що падають на різні точки дзеркала і йдуть від одної точки Сонця, паралельні між собою.

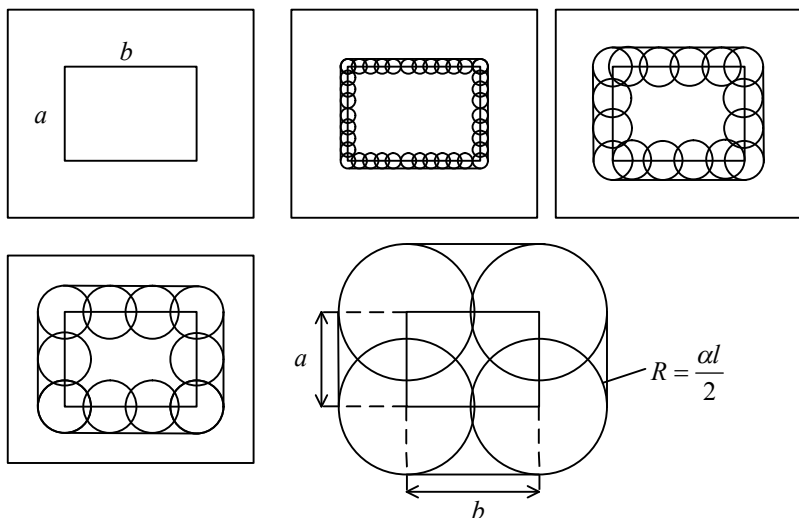


мал. 1

Нехай на точку O дзеркала (КР) падають промені від різних точок Сонця, ці промені утворюють конуси з вершиною в точці O , і кутом α . Якщо промінь

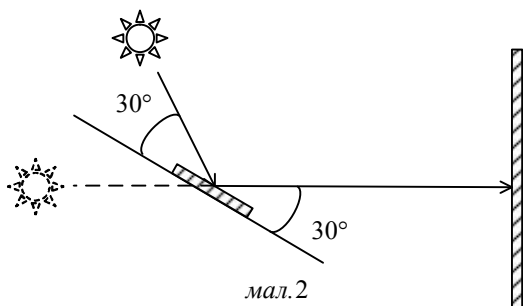
3, який йде від точки A Сонця падає на дзеркало перпендикулярно, тоді після відбивання він піде назад 3. Промінь 1 , що йде від точки B після відбивання піде по променю 2 і навпаки для точки C $2 \rightarrow 1$. Після відбивання від точки O відбиті промені так само утворюють конус, який співпадає з конусом падаючих променів. Абсолютно подібна ситуація і для будь-якої іншої точки дзеркала (див. мал. 1, точки K і P). Якщо на шляху відбитих променів поставити екран I , паралельно площині дзеркала, тоді на екрані від кожної точки дзеркала, як і від джерела світла, ми будемо бачити освітлені кола. Екран напівпрозорий, щоб проходили промені від Сонця до дзеркала. Для зручності відбиті промені можна розглядати, як промені, що пройшли прямолінійно крізь кожну точку за дзеркало. Картини на екранах I і II однакові. Якщо екран віддалити від дзеркала (III) тоді освітлені кола від точок стануть більшими $d = \alpha l$ (l – відстань від дзеркала до екрана, α – кут світлового конуса, що йде від кожної точки дзеркала, цей кут має бути виражений в радіанах $\alpha = \frac{0,5 \cdot 2\pi}{360}$ рад, d – діаметр кола).

Реально на екрані окремі кола ми не бачимо – вони зливаються, але розміри сонячного зайчика визначаються цими колами від крайніх точок дзеркала.



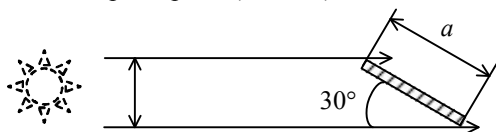
На малюнку показано зображення на екранах, що знаходяться все далі і далі від дзеркала. Останній зайчик ми сприймаємо як коло (диск Сонця).

Хід променів від Сонця до екрану зображено на мал. 2, відповідно до умови. На цьому ж малюнку виконана побудова зображення сонця у дзеркальці. Далі будемо працювати з цим зображенням



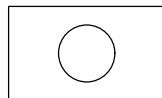
мал. 2

Стосовно зображення дзеркальце виконує роль отвору, але цей отвір буде вже не квадратним, а прямокутним (за рахунок нахилу). На мал. 3 показано, що висота такого уявного отвору буде $b = a \cdot \sin 30^\circ = 5$ см, а ширина залишиться $a = 10$ см. Діагональ цього прямокутника буде мати найбільший лінійний розмір $c = (10^2 + 5^2)^{1/2} = 11,8$ см.

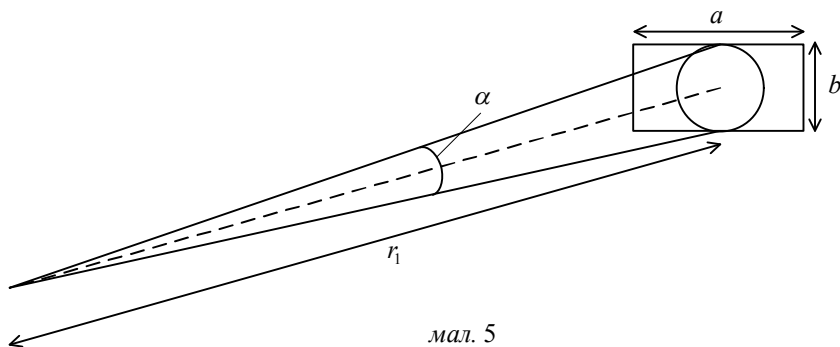


мал. 3

Для визначення освітленості розглянемо точки на поверхні екрану, як споживачів світлового потоку. Оскільки, за умовою задачі, нас цікавить центральна точка світлової плями на екрані, будемо дивитися з неї на сонце крізь «отвір» дзеркала. Коли відстань r до дзеркала мала, ми бачимо з цієї точки сонце повністю (мал. 4).



мал. 4



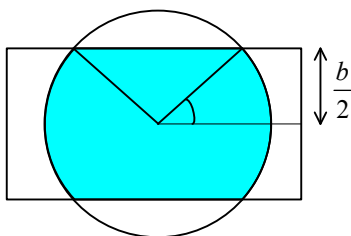
мал. 5

Отже, всі промені від Сонця попадають у точку, і освітленість дорівнює E_0 . Це продовжується, доки дзеркальце, віддаляючись від екрану, не зменшиться у розмірах до дотику з верхніми краями сонячного диску (відстань

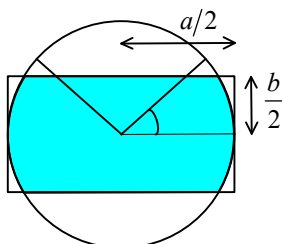
$r_1 = \frac{360}{\pi} b \approx 5,73 \text{ м}$, мал. 5). Тобто на відстані 5 м освітленість E буде дорівнювати E_0 .

Після $r_1 \approx 5,73 \text{ м}$ освітленість буде зменшуватись, оскільки вже не всі промені від сонячного диску досягатимуть точки на екрані. Вважаючи яскравість диску однаковою вздовж всієї його поверхні, отримаємо: освітленість E пропорційна площі S тієї частини сонячного диску, яку ми бачимо крізь прямокутник дзеркала. $\frac{E}{E_0} = \frac{S}{\pi R^2}$, де $R = \frac{\pi}{720} r$ – радіус проекції

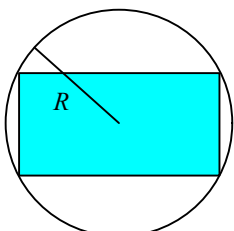
сонця на прямокутник дзеркала. Послідовна зміна картинки, яку ми спостерігаємо з центру сонячного зайчика, зображена на мал. 6-9. Дзеркальце стане на вигляд меншим ніж сонце, коли діагональ прямокутника співпаде з діаметром сонячного диску ($r \approx 12,8 \text{ м}$, мал. 8).



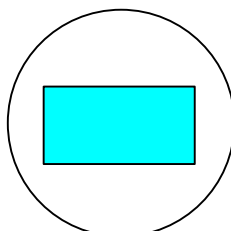
мал. 6



мал. 7



мал. 8

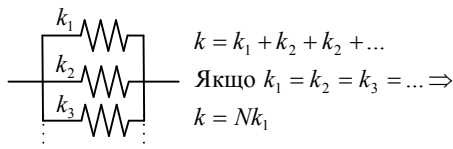
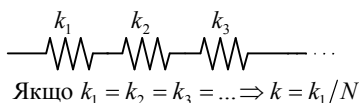


мал. 9

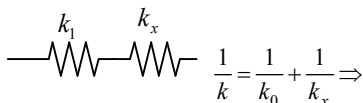
Після цього освітленість стає обернено пропорційною до квадрату відстані r : $E = \frac{ab}{\pi R^2} E_0 = \frac{720^2 ab}{\pi^3} \frac{E_0}{r^2}$. Ця залежність зберігатиметься і на більших відстанях, коли дзеркальце буде обмежувати маленьку частинку диску сонця. Тобто, на відстані $r_2 = 15 \text{ м}$ освітленість E буде дорівнювати $E_2 = 0,372 E_0$.

Задача 8.3

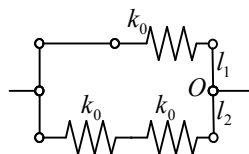
Врахуємо закони послідовного і паралельного з'єднань пружин.



Нехай: $k = 300 \text{ Н/м}$; $k_0 = 500 \text{ Н/м}$. Оскільки результуюча жорсткість системи пружин k менша за k_0 , пружини необхідно з'єднати послідовно. Визначимо жорсткість пружини k_x яку треба приєднати до k_0 для отримання k .



$$\Rightarrow k_x = \frac{k_0 \cdot k}{k_0 - k} = 750 \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 1,5k_0. \text{ Для отримання пружини } k_x \text{ з'єднаємо пружини } k_0 \text{ так:}$$

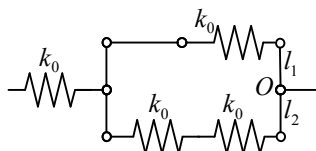


Для того, щоб уникнути перекосів при деформації пружин, плечі дротины $l_1 - l_2$ треба вибрати так, що дротина була у рівновазі відносно вісі O .

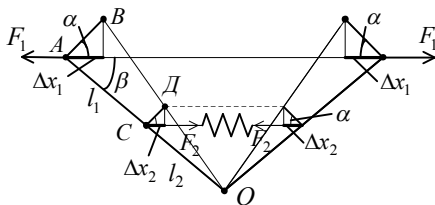
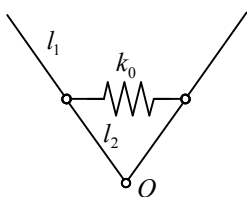
$$k_0 \Delta x \cdot l_1 = k_0 \Delta x \frac{1}{2} \cdot l_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2}.$$

Відповідь 1.

Ми використали 4 пружини.



Відповідь 2. Оскільки пружини і дротины можна з'єднувати як завгодно, розглянемо наступне з'єднання (дротины з'єднані шарнірно в точці O).



$$F_1 = k(\Delta x_1 + \Delta x_1) = k 2\Delta x_1, \quad F_2 = k_0(\Delta x_2 + \Delta x_2) = k_0 2\Delta x_2. \quad AB \parallel CD \quad \Delta x_1 = AB \cdot \cos \alpha,$$

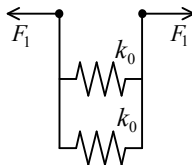
$$\Delta x_2 = CD \cdot \cos \alpha. \quad \frac{AB}{CD} = \frac{l_1 + l_2}{l_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}.$$

Відносно вісі O запишемо умову рівноваги дротины OB (OA).

$$F_1(l_1 + l_2) \sin \beta = F_2 l_2 \sin \beta \Rightarrow \frac{l_1 + l_2}{l_2} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{k_0 2\Delta x_2}{k 2\Delta x_1} = \frac{k_0 l_2}{k(l_1 + l_2)} \Rightarrow \left(\frac{l_1 + l_2}{l_2} \right)^2 = \frac{k_0}{k} \Rightarrow$$

$\frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{k_0}{k}} - 1$. У даному випадку використана одна пружина.

Таку систему (див. мал.) розглядати не будемо, оскільки вона нестійка (при розтягу буде скручуватись).



Задача 8.4

По-перше, слід максимально використати лижі. По-друге, фінішувати хлопчик і дівчинка повинні разом, інакше тому, хто фінішував першим, слід було менше користуватися лижами на користь того, хто відстав на фініші, адже результат фіксується по останньому. Позначимо через t_x і t_d час, протягом якого їхали на лижах, відповідно, хлопчик і дівчинка. Зрозуміло, що

$$t_x + t_d < t, \quad (1)$$

де t – загальний час руху. Позначимо довжину замкненої ділянки через $S = 5$ км. Тоді для руху хлопчика і дівчинки отримаємо

$$\begin{cases} v_x t_x + u_x(t - t_x) = 4S, \\ v_d t_d + u_d(t - t_d) = 4S. \end{cases} \quad (2)$$

Нам потрібне ще одне рівняння, а саме відстань, яку подолали лижі. Чим більшу відстань пройдуть лижі, тим краще, оскільки це означає, що меншу відстань школярі долатимуть пішки. Припустимо, що лижі пройшли повні n ділянок по $S = 5$ км. Тоді

$$v_x t_x + v_d t_d = nS. \quad (3)$$

Чим більше n , тим краще. Звісно, можна підібрати найбільше можливе n (зрозуміло, що $n < 8$ і починати потрібно з $n = 7$). Але ми спробуємо все розрахувати. Виразимо з рівнянь (2) час руху на лижах хлопчика і дівчинки

$$\begin{cases} t_x = \frac{4S - u_x t}{v_x - u_x}, \\ t_d = \frac{4S - u_d t}{v_d - u_d} \end{cases} \quad (4)$$

та підставимо в (3), звідки знайдемо загальний час руху

$$t = S \frac{4 \left(\frac{v_x}{v_x - u_x} + \frac{v_d}{v_d - u_d} \right) - n}{\frac{v_x u_x}{v_x - u_x} + \frac{v_d u_d}{v_d - u_d}} = \frac{3}{10} (12 - n) \text{ год.}$$

Тоді $t_x = \frac{9n-8}{45}$ год, $t_d = \frac{3n+4}{30}$ год. Підставимо все в (1) і отримаємо обмеження на n :

$$n < \frac{164}{27} = 6 \frac{2}{27}.$$

Отже, найбільше можливе $n = 6$, $t_x = \frac{46}{45}$ год, $t_d = \frac{11}{15}$ год, а найменший час руху

$$t = 1,8 \text{ год} = 1 \text{ год } 48 \text{ хв.}$$

Розклад руху може бути, наприклад, таким:

1. Дівчинка стартує на лижах, за $t_d = \frac{11}{15}$ год проходить відстань

$v_d t_d = 14 \frac{2}{3}$ км, тобто майже три кола, двічі обганяючи хлопця, після чого залишає лижи і далі йде пішки. Їй залишається пройти $20 \text{ км} - 14 \frac{2}{3} \text{ км} = 5 \frac{1}{3} \text{ км}$ зі швидкістю $u_d = 5 \text{ км/год}$, тобто ще $1 \frac{1}{15}$ год, а

це у сумі з $t_d = \frac{11}{15}$ год якраз і складає 1,8 год.

2. Хлопець у момент часу $t_d = \frac{11}{15}$ год, коли дівчина залишила йому лижі,

пройшов $u_x t_d = 4 \frac{2}{5}$ км і знаходився на відстані $\frac{4}{15}$ км ≈ 267 м позаду них.

Через час $t' = \frac{2}{45}$ год він дістається лиж і далі до кінця змагання рухається

на лижах зі швидкістю $v_x = 15 \text{ км/год}$, долаючи відстань $15 \frac{1}{3}$ км, що зали-

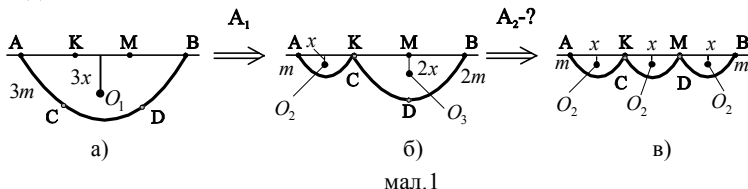
шилась, за час $t'' = 1 \frac{1}{45}$ год. Як бачимо, зальний час руху хлопця

$t_d + t' + t'' = 1,8 \text{ год}$ знову таки збігається з t .

Зазначимо, що якби хлопець і дівчина, виходячи із здорового глузду, тримали один одного в полі зору, після кожного обгону залишаючи іншому лижі, то, навіть нехтуючи додатковими затримками на знімання й одягання лиж, відповідь була б на третину (36 хвилин!) більшою. Дійсно, у цьому випадку $n = 4$ і $t = 2,4 \text{ год} = 2 \text{ год } 24 \text{ хв}$.

Саме таким був би найменший час, якби траса була прямою і не можна було заставити лижі пробігти більше 20 км (у нашому випадку пробіг 30 км).

Задача 8.5

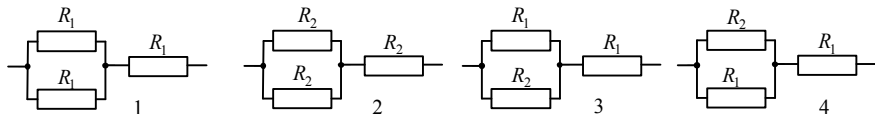


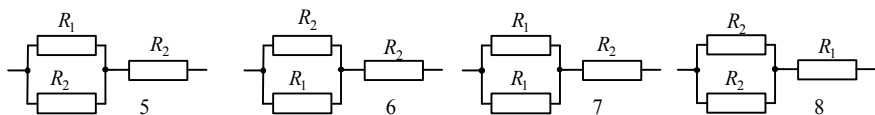
Ланцюжки, які зображені на *мал. 1а, 1б і 1в* можна розглядати як комбінацію ланцюжків, подібних вихідному. Всі розміри ланцюга $ACDB$ у три рази більші за розміри ланцюга AC і у 1,5 рази більші за розміри ланцюга CDB . O_1, O_2 і O_3 – центри мас відповідних ланцюжків ($3m, m, 2m$). При переміщенні точки C у точку K робота йде на збільшення потенціальної енергії системи $A_1 = mg2x + 2mgx = 4mgx$ (відлік потенціальної енергії від точки O_1). При переміщенні точки D у точку M $A_2 = mgx + mgx = 2mgx$ (відлік потенціальної енергії від точки O_2). За умовою $A_1 = 12 \text{ Дж}$, тоді: $A_2 = A_1/2 = 6 \text{ Дж}$.

9 клас

Задача 9.1

Монтажник випадковим чином вибирав одне з двох можливих значень опорів для кожного з трьох резисторів ділянки кола. Отже, він отримував кожного разу одну з восьми можливих ділянок кола (*див. мал.*). Після виготовлення великої кількості таких ділянок можна вважати, що всі наведені варіанти траплялись однаково часто. Підкреслимо, що ділянки 3 і 4, які мають однакові опори, слід розглядати як різні варіанти, оскільки вони були отримані в результаті різної послідовності дій монтажника. Аналогічно для ділянок 5 і 6.





Опори наведених ділянок кола:

$$r_1 = 1,5R_1; \quad r_2 = 1,5R_2; \quad r_3 = r_4 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_1;$$

$$r_5 = r_6 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_2; \quad r_7 = 0,5R_1 + R_2; \quad r_8 = 0,5R_2 + R_1.$$

Отже, середнє арифметичне значення опору

$$\bar{r} = \frac{1}{8}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 + r_7 + r_8) = \frac{R_1 R_2}{2(R_1 + R_2)} + \frac{5}{8}(R_1 + R_2).$$

Звідси отримуємо квадратне рівняння відносно R_2 :

$$5R_2^2 + 2R_2(7R_1 - 4\bar{r}) + R_1(5R_1 - 8\bar{r}) = 0.$$

Розв'язавши це рівняння, дістаємо два кореня

$$R_2 = \frac{4\bar{r} - 7R_1 \pm \sqrt{(4\bar{r} - 7R_1)^2 + 5R_1(8\bar{r} - 5R_1)}}{5}.$$

Корінь рівняння із знаком „-“ перед квадратним коренем є від'ємним, а отже нефізичним.

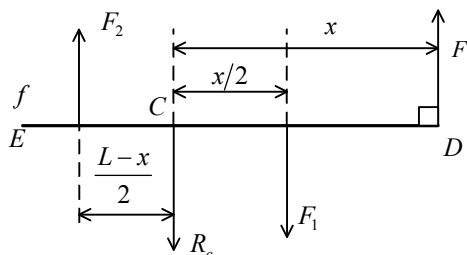
Отже, $R_2 = 1$ кОм.

Задача 9.2

Маса однорідного бруса розподілена рівномірно по його довжині. Тому при обертанні бруса доведеться долати опір сил тертя, які зведемо до двох рівнодійних: $F_1 = \frac{\mu mg}{L}x$ та $F_2 = \frac{\mu mg}{L}(L-x)$.

Під час обертання бруса навколо точки С момент сили F діє в напрямі проти годинникової стрілки, а моменти сил F_1 та F_2 діють в напрямі за годинниковою стрілкою (див. мал.). Плече сили F_2 дорівнює $(L-x)/2$, а плече сили F_1 дорівнює $x/2$.

Сила F забезпечує рівномірне обертання бруса відносно стрижня (точка С). Запишемо умову рівноваги відносно вісі С.



$$M_x = F \cdot x = F_1 \frac{x}{2} + F_2 \frac{(L-x)}{2} = \frac{\mu mg}{2L} (L^2 - 2Lx + 2x^2).$$

Звідси можна знайти значення сили F :
$$F = \frac{\mu mg}{2L} \left(\frac{L^2 - 2Lx + 2x^2}{x} \right).$$

Реакцію R_c , що при виникає при цьому з боку стрижня, визначаємо з умови рівноваги сил на початку руху бруса під дією сили F :

$$F + F_2 = R_c + F_1, \text{ звідки } R_c = F - F_1 + F_2 = \frac{\mu mg}{2L} \left(\frac{L^2 - 2x^2}{x} \right). \text{ Знайдемо, при}$$

якому значенні x реакція $R_c \geq 0$. $L^2 - 2x^2 \geq 0$, тобто при $x \leq \frac{L}{\sqrt{2}}$.

При $x = L/\sqrt{2}$ опора у вигляді вертикального стрижня взагалі не потрібна, бо $R_c = 0$. При подальшому збільшенні x формальне використання формули дає значення $R_c < 0$. Це означає, що для забезпечення обертання бруса навколо точки C потрібно реалізувати реакцію протилежного напрямку.

Отже, щоб брус обертався навколо точки C при $x \geq \frac{L}{\sqrt{2}}$, то стрижень потріб-

но забивати з протилежної сторони бруса.

Тоді реакція визначається за формулою:

$$R_c = F_1 - F_2 - F = \frac{\mu mg}{2L} \left(\frac{2x^2 - L^2}{x} \right).$$

Знайдемо яку мінімальну силу F має прикласти робітник, щоб перемістити брус:

$$\begin{aligned} F &= \frac{\mu mg}{2L} \left(\frac{L^2}{x} + 2x - 2L \right) = \frac{\mu mg}{2L} \left(\left(\frac{L}{\sqrt{x}} \right)^2 + (\sqrt{2x})^2 - \frac{2L\sqrt{2x}}{\sqrt{x}} + 2L\sqrt{2} - 2L \right) = \\ &= \frac{\mu mg}{2L} \left(\left(\frac{L}{\sqrt{x}} - \sqrt{2x} \right)^2 + 2L(\sqrt{2} - 1) \right). \end{aligned}$$

Мінімальне F буде, якщо вираз $\frac{L}{\sqrt{x}} - \sqrt{2x} = 0$.

$$F_{\min} = \mu mg (\sqrt{2} - 1), \text{ якщо } x = \frac{L}{\sqrt{2}}, \text{ тобто в точці, де } R_c = 0.$$

Задача 9.4

Визначимо за скільки циклів зменшується максимальний заряд (N можна визначити з умови, розділивши різницю максимальних зарядів на початку і наприкінці процесу q'_0 на спад заряду за один цикл). Коли втрати відсутні,

$$\text{то } N_0 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q}$$

1 крок	2 крок	3 крок	K крок	Останній N крок
q_0	$q_0 - \Delta q$	$q_0 - 2\Delta q$	$q_0 - k\Delta q$	$q_0 - (N-1)\Delta q$
$t_1 = \frac{q_0}{I_0}$	$t_2 = \frac{q_0 - \Delta q}{I_0}$	$t_3 = \frac{q_0 - 2\Delta q}{I_0}$	$t_k = \frac{q_0 - k\Delta q}{I_0}$	$t_N = \frac{q_0 - (N-1)\Delta q}{I_0}$

Повний час становитиме:

$$t_{\text{зар}} = \frac{q_0}{I_0} N - \frac{\Delta q}{I_0} (0 + 1 + 2 + \dots + (N-1)) = \frac{q_0}{I_0} N - \frac{\Delta q}{I_0} \frac{(N-1)N}{2} = \frac{q_0}{I_0} N \left(1 - \frac{\Delta q}{q_0} \frac{(N-1)}{2} \right).$$

Тоді для першої стадії розрядки $q_0 = 1000 \text{ мА} \cdot \text{год}$, $q'_0 = 800 \text{ мА} \cdot \text{год}$,

$$\Delta q = 2 \text{ мА} \cdot \text{год}: N_1 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q} = \frac{1000 - 800}{2} = 100.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

$$t_{\text{зар}} = \frac{q_0}{I_0} N_1 \left(1 - \frac{\Delta q}{q_0} \frac{(N_1-1)}{2} \right) = \frac{1000 \cdot 100}{40} \left(1 - \frac{2}{1000} \frac{(100-1)}{2} \right) \approx 2253 \text{ год}.$$

Для другої стадії розрядки (після виходу зарядного пристрою з ладу $q'_0 = 800 \text{ мА} \cdot \text{год}$, $q''_0 = 500 \text{ мА} \cdot \text{год}$, $\Delta q_1 = 10 \text{ мА} \cdot \text{год}$:

$$N_2 = \frac{q'_0 - q''_0}{\Delta q_1} = \frac{800 - 500}{10} = 30.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

$$t'_{\text{зар}} = \frac{q'_0}{I_0} N_2 \left(1 - \frac{\Delta q_1}{q'_0} \frac{(N_2-1)}{2} \right) = \frac{800 \cdot 30}{40} \left(1 - \frac{10}{800} \frac{(30-1)}{2} \right) \approx 491 \text{ год}.$$

Загальний час розрядження акумулятора приблизно становить:

$$t = t_{\text{зар}} + t'_{\text{зар}} = 2253 + 491 = 2744 \text{ год}.$$

Якби збою не було, і зменшення “ємності” акумуляторної батареї мобільного телефону відбувалося б зі сталою швидкістю, то: $q_0 = 1000 \text{ мА} \cdot \text{год}$,

$$q'_0 = 800 \text{ мА} \cdot \text{год}, \Delta q = 2 \text{ мА} \cdot \text{год}: N_0 = \frac{q_0 - q'_0}{\Delta q} = \frac{1000 - 500}{2} = 250.$$

Час розрядки акумулятора за даних умов становить:

$$t'_{\text{зар}} = \frac{q_0}{I_0} N_0 \left(1 - \frac{\Delta q}{q_0} \frac{(N_0 - 1)}{2} \right) = \frac{1000 \cdot 250}{40} \left(1 - \frac{2}{1000} \frac{(250 - 1)}{2} \right) \approx 4694 \text{ год.}$$

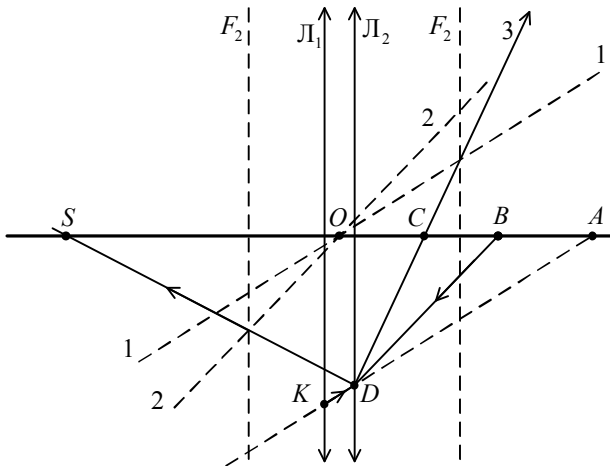
Тобто помилка автоматичного зарядного пристрою зменшила час життя батареї приблизно в 1,7 рази.

Задача 9.5

Лінзи тонкі, оптичний центр лінз і системи лінз у точці O (див. мал.).

Промінь, що падає від джерела на L_1 у точку K заломлюється і при відсутності L_2 проходить через точку A . Якщо присутня L_2 промінь 3 заломлюється в ній і проходить через точку C . Для визначення фокальної площини другої лінзи (F_2) проведемо оптичну вісь другої лінзи II паралельну променю $KD(A)$. Промінь 3 перетинається з віссю II на фокальній площині F_2 . Симетрично (відносно L_2) побудуємо другу фокальну площину F_2 . Точки B є зображенням джерела S у другій лінзі. Оскільки зображення S у L_2 дійсне, використаємо оборотність ходу світлового променя. Точка B джерело, а S її зображення ($22 \parallel BD$).

Аналогічно можна розглянути побудову джерела світла у розсіювальних лінзах (тоді точки A , B і C – уявні зображення), але цей випадок не відповідає умові задачі.



10 клас

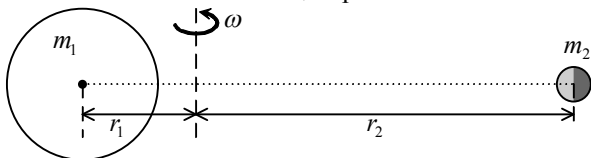
Задача 10.1

Див. задачу № 3, 8 клас.

Задача 10.2

Розглянемо по черзі всі надані експериментальні дані.

По-перше, зазначимо, що рівні інтервали часу між затемненнями зорі планетою і планети зорею, як і однакова тривалість самих затемнень вказують на те, що орбіти є коловими. Про це ж свідчить і крива радіальної швидкості зорі. З цього ж графіку можна визначити максимальну швидкість руху зорі – вона приблизно дорівнює $v_{\max} = 210$ м/с. Зрозуміло, що це швидкість обертання її навколо спільного із планетою центра мас. Як вказано на малюнку, Зоря і планета рухаються навколо спільного центра мас по колових орбітах з кутовою швидкістю $\omega = 2\pi/T$,



де $T = 2,2$ доби $= 1,9 \cdot 10^5$ с. Отже: $m_1 \omega^2 r_1 = \frac{G m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2}$, $m_2 \omega^2 r_2 = \frac{G m_1 m_2}{(r_1 + r_2)^2}$, (1),

тут і далі індекс 1 відповідає зорі, а індекс 2 – планеті. Навіть, якщо площина орбіти утворює кут α з напрямком на спостерігача, швидкість руху центру мас зорі $v_1 = v_{\max} / \cos \alpha \approx v_{\max}$. З іншого боку $v_1 = \omega r_1$ (2).

Також ми знаємо прискорення вільного падіння на поверхні зорі $g = 120$ м/с², яке дає ще одну формулу: $g_1 = \frac{G m_1}{R_1^2}$ (3).

Таким чином, ми маємо систему з чотирьох рівнянь (1), (2), (3) з п'ятьма невідомими m_1, m_2, r_1, r_2, R_1 . Додаткову інформацію можна отримаємо з аналізу першого малюнка. З нього можна визначити час ΔT проходження планетою диску зорі. Також можна порівняти величини світлових потоків у різних фазах руху планети, наприклад, при знаходженні планети за та перед зорею.

$\Phi_1 = \Phi_0 (1 - R_2^2 / R_1^2)$, звідки знаходимо $\frac{R_1}{R_2} \approx \sqrt{\frac{\Phi_0}{\Phi_0 - \Phi_1}} \approx 12$. Ми

отримали, що радіус планети у 12 разів менший за радіус зорі. Таким чином, у рамках спрощеної моделі (кут нахилу площини орбіти до спостерігача $\alpha \approx 0$) і без врахування можливої реєстрації Кеплером теплового випромінювання планети: $m_1 \approx 2 \cdot 10^{30}$ кг, $m_2 \approx 3 \cdot 10^{27}$ кг, $R_1 \approx 10^9$ м, $R_2 \approx 8 \cdot 10^7$ м, $r_2 \approx 5 \cdot 10^9$ м, $r_1 \approx 6 \cdot 10^6$ м. Як бачимо $r_1 \ll r_2$ і навіть $r_1 \ll R_1$, центр мас системи лежить всередині зорі. Зоря має масу близьку до сонячної, а планета – дещо масивніша за Юпітер.

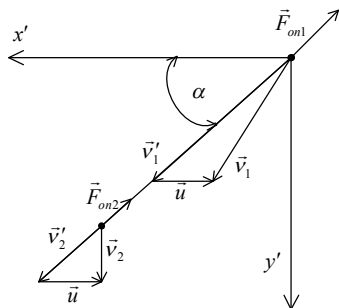
Задача 10.3

Оскільки опором повітря нехтуємо, рухатися вертикально вниз кулька зможе тільки під водою. Розглянемо спочатку перший етап руху кульки – рух у повітрі. Горизонтальна складова швидкості $v_x = v_0$ не змінюється, вертикальна $v_y = gt$ зростає.

Швидкість кульки перед входом у воду $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, утворюючи з горизонтом кут α , для якого $\cos \alpha = \frac{v_x}{v_1} = \frac{v_0}{v_1}$; $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2gh}}{v_1}$.

Після входження кульки у воду, на неї діє крім сили тяжіння, ще сила Архімеда та сила опору води, але оскільки густина кульки дорівнює густині води, сила Архімеда та сила тяжіння компенсують одна одну. Таким чином кулька буде рухатись у воді лише під дією сили опору $\vec{F}_{on}$, яка в системі відліку зв'язаної з водою завжди направлена у бік протилежний до швидкості кульки $\vec{v}'$.

Таким чином, у цій системі відліку при будь-якій залежності сили опору від швидкості кульки, вона буде рухатися прямолінійно зменшуючи швидкість доти, поки не зупиниться, або досягне дна річки. Причому компоненти швидкості будуть змінюватися пропорційно одна до одної (див. мал.).



Тобто: $\frac{v'_y}{v'_x} = \text{const}$. В момент коли у системі відліку, що зв'язана з берегом кулька буде рухатись вертикально, її швидкість: $\vec{v}_2 = \vec{v}'_2 + \vec{u}$, де $\vec{v}'_2$ – швидкість кульки відносно води і $\vec{u}$ – швидкість води. З малюнку видно,

що $v_2 = v_{2y} = v'_{2y}$; $v'_{2x} = u$; $v'_{1y} = v_{1y} = v_1 \sin \alpha$; $v'_{1x} = v_{1x} + u$. Отже: $\frac{v'_{1y}}{v'_{1x}} = \frac{v'_{2y}}{v'_{2x}}$. Зві-

$$\text{дки } v_2 = \frac{v'_{2x}}{v'_{1x}} v'_{1y}. \text{ Або } v_2 = \frac{u}{v_1 \cos \alpha + u} v_1 \sin \alpha = \frac{u \sqrt{2gh}}{v_0 + u} = \frac{2\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5}}{10 + 2} = \frac{5}{3} \left(\frac{m}{c} \right).$$

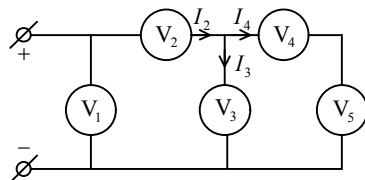
Задача 10.4

Спрямуємо вісь x право і оберемо початок відліку так, щоб координата центра мас нижнього (першого) бруска $x_1 = 0$. Тоді $x_2 = L/a$, $x_3 = 2L/a$, ..., $x_n = (n-1)L/a$. А координата центра мас «надбудови» над першим бруском

(з другого по n -й брусок) $(x_2 + x_n)/2 = nL/2a$. Для рівноваги вона має бути не більше за координату правого торця нижнього бруска, тобто $nL/2a \leq L/2$. Отже, $n_{\max} = a$.

Задача 10.5

Для правильних вольтметрів мають виконуватись рівності: $U_1 = U_2 + U_3$ (1); $U_3 = U_4 + U_5$ (2). Друга рівність виконується 3, 4 і 5 вольтметри справні. Несправний другий або перший вольтметр. Визначимо покази 2 вольтметра. Нехай I_3 струм через V_3 . Оскільки всі вольтметри однакові, то $I_4 = I_3/2$. $I_2 = I_3 + I_4 = 1,5I_3 \Rightarrow U_2 = 1,5U_3 = 3\text{В}$.



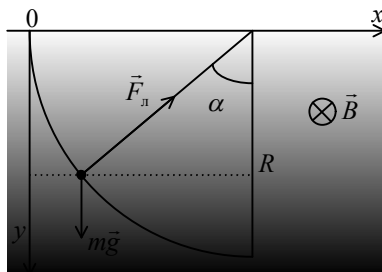
11 клас

Задача 11.1

Див. задачу № 3, 9 клас.

Задача 11.2

Сила кулонівського відштовхування між зарядженими частинками компенсується силою натягу нитки і, оскільки частинки відпускають одночасно з однакової висоти, нитка протягом руху буде горизонтальною і не вплине на синхронний рух частинок. Отже, далі будемо розглядати рух однієї частинки. Для зручності візуалізації припустимо, що лінії магнітної індукції напрямлені від нас перпендикулярно до площини малюнку, а частинка має додатний заряд. Спроєкуємо другий закон Ньютона $m\vec{a} = \vec{F}_n + m\vec{g}$ на радіальний напрям (уздовж $\vec{F}_n$) і скористаємось законом збереження енергії (сила Лоренца роботи не виконує):



$$\begin{cases} m \frac{v^2}{R} = qvB - mg \cos \alpha, \\ \frac{mv^2}{2} = mgy. \end{cases}$$

Враховуючи, що $\cos \alpha = y/R$, виключаємо із системи кут і швидкість і знаходимо залежність магнітної індукції від координати: $B(y) = k\sqrt{y}$, де

$$k = \frac{3m}{qR} \sqrt{\frac{g}{2}}. \text{ Якщо тепер частинку відпустити з висоти } h \text{ над границею поля,}$$

її рух у магнітному полі вже не буде відбуватися по колу (у цьому можна переконатися з аналогічної системи рівнянь, припустивши, що рух все ж таки відбувається по колу іншого радіусу). Отже, радіус кривизни траєкторії у першому рівнянні системи змінюється і тому замість цього рівняння використаємо проекцію другого закону Ньютона на горизонтальний напрямок осі абсцис, на який проекція сили тяжіння дорівнює нулю:

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = qv_y B(y) = kq \frac{dy}{dt} \sqrt{y}, \\ \frac{mv^2}{2} = \frac{m(v_x^2 + v_y^2)}{2} = mg(y + h). \end{cases}$$

Перше рівняння системи після скорочення на dt легко інтегрується:

$$v_x - v_{0x} = \frac{2}{3} \frac{kq}{m} y^{3/2}, \text{ де } v_{0x} = 0 \text{ м/с} - \text{горизонтальна швидкість входу частинки}$$

ки у зону поля ($y = 0$). Із другого рівняння системи (закону збереження енергії), по-перше, виходить, що максимальна швидкість буде у найнижчій точці траєкторії, де максимального значення набуває координата y (отже,

$$v_y = 0), \text{ а, по-друге, що } v_y^2 = 2g(y + h) - v_x^2 = 2g(y + h) - \frac{2g}{R^2} y^3. \text{ Максимальне}$$

y знайдемо, застосувавши умову $v_y = 0$ до останнього рівняння. Після введення безрозмірної координати $\xi = y/R$ і врахування $h = 6R$ отримуємо наступне кубічне рівняння: $\xi^3 - \xi - 6 = 0$. Рівняння має єдиний дійсний розв'язок $\xi = 2$. Отже, $y = \xi R = 2R$. Тоді максимальна швидкість

$v_{\max} = \sqrt{2g(y + h)} = 4\sqrt{gR}$. Щоб переконатися, що найбільше прискорення буде саме у цей момент часу проходження частинкою найнижчого положення, запишемо обидві проекції другого закону Ньютона на координатній осі:

$$\begin{cases} ma_x = qv_y B(y), \\ ma_y = -qv_x B(y) + mg \end{cases}$$

і запишемо квадрат прискорення:

$$a^2 = a_x^2 + a_y^2 = \frac{q^2}{m^2} B^2(y) v^2 - 2 \frac{q}{m} v_x B(y) + g^2 = g^2 + 3 \frac{g^2}{R^2} (y^2 + 3hy).$$

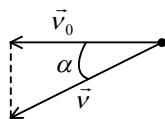
Для додатних y маємо монотонно зростаючу функцію. Підставимо $h = 6R$, $y = 2R$ і отримаємо $a_{\max} = 11g$. З проекції другого закону Ньютона на вертикальну вісь отримуємо теж саме $a_y = -\frac{q}{m} v_x B(y) + g = -11g$. Знак « $-$ » вказує на те, що прискорення спрямоване вгору.

Заряджені частинки будуть рухатися поряд. Після “пірнання” у магнітне поле “винирнуть” і знову злетять вертикально вгору до висоти $h = 6R$ і так далі. Такі властивості земного магнітного поля – відбивати заряджені частинки, вже сотні мільйонів років служать земній біосфері. На цьому шляху лежать ідеї використання магнітів у прискорювачах і майбутніх термоядерних реакторах.

Задача 11.3

(Див. задача №3, 10 клас). Оскільки опором повітря нехтуємо, рухатися вертикально вниз кулька буде вже під водою. Розглянемо спочатку перший етап руху кульки – рух у повітрі. Горизонтальна складова швидкості $v_x = v_0 = 10$ м/с не змінюється, вертикальна v_y (вісь ординат спрямуємо вниз) зростає.

Швидкість $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ збільшується, утворюючи з горизонтом кут α , який знаходимо із співвідношення $\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{v_0}{v}$. Перед моментом входження



у воду кулька набула швидкості $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = 10\sqrt{2}$ м/с, яку можна знайти із закону збереження енергії. Кут з горизонтом у момент входження у воду $\alpha_1 = 45^\circ$. Отже, на першому етапі руху $\alpha \in [0; 45^\circ)$ графік залежності

швидкості від кута задає вираз $v = \frac{v_0}{\cos \alpha}$ (1). Далі тіло влітає у воду. Відзна-

чимо, що за умовою задачі під водою сили тяжіння і Архімеда повністю компенсують одна одну. Перейдемо у систему відліку “вода” (швидкість течії позначимо $\vec{u}$). Відносно води швидкість кульки $\vec{w} = \vec{v} - \vec{u}$, її проекції $(v_x + u, v_y)$. Очевидно, сила опору води напрямлена протилежно $\vec{w}$. Тому прискорення кульки та зміна її швидкості за будь-який час напрямлені теж протилежно $\vec{w}$. Траєкторія руху кульки в системі відліку “вода” є прямолі-

нійною. Отже, за малий проміжок часу $\frac{\Delta w_x}{w_x} = \frac{\Delta w_y}{w_y}$. Звідси випливає, що за будь-який проміжок часу проекції w_x, w_y змінюються в однакову кількість разів: $v_x + u = k(v_0 + u), v_y = kv_0$. Тут k поступово зменшується від 1 до 0.

Коли швидкість $\vec{v}$ напрямлена вертикально, $k = \frac{u}{v_0 + u}$, при цьому

$v_y = \frac{uv_0}{u + v_0} = \frac{5}{3}$ (м/с). Для побудови графіка виразимо через кут α (врахува-

вши, що $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$) коефіцієнт k і модуль швидкості. Підставивши числові

значення швидкостей у м/с, отримаємо $v = \frac{10}{6\sin \alpha - 5\cos \alpha}$. Мінімальне зна-

чення швидкості відповідає максимальному значенню виразу $f(\alpha) = 6\sin \alpha - 5\cos \alpha$, яке досягається при $\alpha_0 \approx 130^\circ$. Мінімальне значення швидкості дорівнює 1,28 м/с. Ці результати можна отримати, наприклад, дослідивши $f(\alpha)$ за допомогою похідної або перетворивши $f(\alpha)$ у форму $f(\alpha) = \sqrt{61} \cos(\alpha - 130^\circ)$.

Будуємо графік згідно з

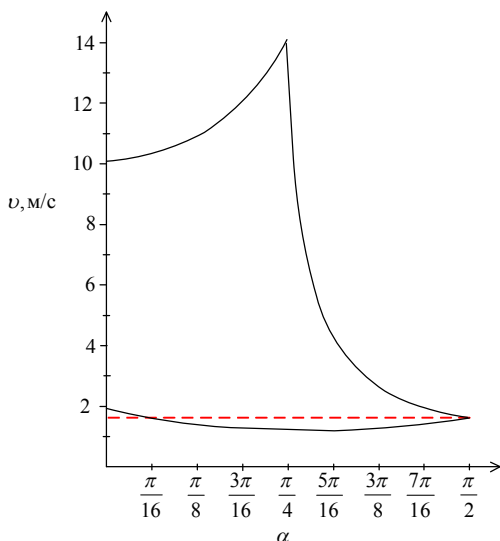
формулою $v = \frac{10}{\cos \alpha}$ для ін-

тервалу $\alpha \in [0; 45^\circ]$ і згідно з

формулою $v = \frac{10}{6\sin \alpha - 5\cos \alpha}$

для інтервалу $(45^\circ; 180^\circ)$, потім праву частину другого графіку дзеркально відбиваємо відносно $\alpha = 90^\circ$ (кут α на інтервалі $(90^\circ; 180^\circ)$ не може вважатися кутом між вектором швидкості та площиною горизонту).

Зазначимо, що графік $v(\alpha)$ може бути побудований,



незважаючи на невідому залежність сили опору води від швидкості. Кожна точка на графіку відповідає конкретному значенню швидкості та куту, хоч ми й не можемо сказати (для руху у воді), в який саме момент часу це відбулося. Графік слід проходити за годинниковою стрілкою, починаючи зі швидкості 10 м/с.

Зазначимо також, що ми знехтували явищами, які відбувалися у процесі входу кульки у воду. І це не тільки можлива не горизонтальність поверхні за рахунок хвиль, але й те що сила опору протягом невеликого проміжку часу входження кульки у воду матиме напрямок дещо відмінний від протилежного до відносної швидкості кульки і води.

Задача 11.4

Розглянемо сферу радіуса R , всередині якої знаходяться галактики. Маса такої сфери дорівнює її об'єму, помноженому на шукану космічну густину маси ρ :

$$M = \frac{4\pi R^3 \rho}{3}. \quad (1)$$

Потенціальна енергія будь-якої типової галактики на поверхні даної сфери

$$E_p = -\frac{mMG}{R} = -\frac{4\pi m R^2 \rho G}{3}, \quad (2)$$

де m – маса галактики; G – гравітаційна стала, $G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)$.

Швидкість даної галактики визначається законом Хаббла у вигляді

$$v = HR, \quad (3)$$

де H – параметр Хаббла. Відповідно, кінетична енергія галактики дорівнює

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m(H(t))^2(R(t)^2)}{2}. \quad (4)$$

Повна енергія галактики є сумою кінетичної та потенціальної енергій:

$$E = E_p + E_k = m(R(t))^2 \left(\frac{1}{2}(H(t))^2 - \frac{4}{3}\pi\rho(t)G \right). \quad (5)$$

Ця величина повинна залишатися сталою в процесі еволюції Всесвіту.

Якщо повна енергія E від'ємна, то галактика ніколи не зможе відлетіти на нескінченність, оскільки на дуже великих відстанях потенціальна енергія стає малою, і в такому випадку повна енергія дорівнює кінетичній, яка завжди додатня. Якщо ж повна енергія E додатня, галактика може досягнути нескінченності, маючи залишкову кінетичну енергію. Таким чином, умова того, що галактика ніколи не покине поверхню сфери, на якій знаходиться зараз, – це умова $E = 0$, що дає $\frac{1}{2}(H(t))^2 = \frac{4}{3}\pi\rho(t)G$. Таким

чином, для того щоб радіус Всесвіту не змінювався з часом, густина повинна мати значення

$$\rho(t) = \frac{3(H(t))^2}{8\pi G}. \quad (6)$$

Враховуючи, що H дорівнює в даний момент значенню 15 км/с на мільйон світлових років, а світловий рік відповідає $9,46 \cdot 10^{12}$ кілометрів отримуємо що в даний момент густина матерії Всесвіту повинна бути рівною

$$\rho_{кр} = \frac{3}{8\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)} \left(\frac{15 \text{ км/с}}{10^6 \cdot 9,46 \cdot 10^{12} \text{ км}} \right)^2 = 4,5 \cdot 10^{-30} \text{ г/см}^3. \quad (7)$$

Це і є шукане сучасне значення критичної густини. Якщо значення густини у Всесвіті є більшим, ніж критичне, то розширення Всесвіту зміниться стисненням (радіус Всесвіту почне зменшуватись) і навпаки, якщо значення густини виявиться меншим, ніж критичне, то це буде означати, що Всесвіт буде розширюватись вічно. Зауважимо, що хоча даний результат отриманий із використанням принципів ньютонівської фізики, він насправді справедливий навіть тоді, коли вся матерія Всесвіту є ультрарелятивістською)

Якщо в одному грамі матерії міститься $6,02 \cdot 10^{23}$ ядерних частинок, то для знайденого значення теперішньої критичної густини маємо приблизно $2,7 \cdot 10^{-6}$ ядерних частинок в 1 см³.

Характерний час розширення Всесвіту знаходимо, враховуючи що $H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$, і $R \sim t^n$, $H = \frac{1}{\alpha t^n} \frac{d(\alpha t^n)}{dt} = \frac{\alpha n t^{n-1}}{\alpha t^n} = \frac{n}{t}$. Тобто час розширення (вік Всесвіту) є обернено пропорційним до значення параметру Хаббла в цей момент часу, тобто

$$t_{рози} (t) = \frac{n}{H(t)} = n \sqrt{\frac{3}{8\pi \rho(t)G}}. \quad (8)$$

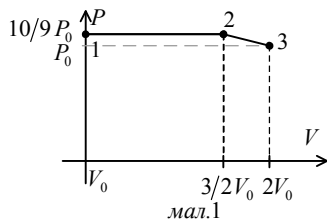
Тоді, використовуючи сучасне значення параметру Хаббла знаходимо нинішній вік Всесвіту $t_{рози} = 1,86 \cdot 10^{10}$ років. У момент часу, коли густина маси Всесвіту дорівнювала 3 тисяч мільйонів грам на кубічний сантиметр, вік Всесвіту тоді дорівнював (при $n = 2/3$)

$$t_{рози} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{3}{8\pi \cdot 3,8 \cdot 10^9 (\text{г/см}^3) \cdot 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/(\text{г} \cdot \text{с}^2)}} = 0,0147 \text{ с}.$$

Задача 11.5

Нехай початковий об'єм водню дорівнює V_0 . Графік залежності тиску P водню від його об'єму V показано на мал. 1.

Для всього процесу 1-2-3 за I законом термодинаміки $Q = \nu C_V (T_3 - T_1) + A_{1-2-3}$ тут ν – число молей газу, $C_V = 5/2 R$, T_3, T_1 – температури газу в кінці і на почат-



ку розширення, $A_{1-2-3} = \frac{13}{12} P_0 V_0$ – робота газу, яка дорівнює площі під графіком залежності $P(V)$. Скориставшись рівнянням стану, знаходимо $\nu R T_3 = 2 P_0 V_0$, $\nu R T_1 = 10/9 P_0 V_0$. З урахуванням записаних рівностей, Q дорівнює $Q = \frac{119}{36} P_0 V_0$ звідки $V_0 = \frac{36}{119} \frac{Q}{P_0} \approx 303 \text{ см}^3$.

Зауваження: Можна показати, що теплоту (при заданих в умові параметрах задачі) необхідно неперервно підводити під час всього процесу.

РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ТУРУ (які запропонувало журі)

8 КЛАС

Задача 1

Вказівки до розв'язку:

Виготовляємо з риболовецької волосіні та порожніх пляшок маятники максимально можливої довжини, підбираємо довжину маятників так, щоб вони тривалий час (хоча б 10 – 20 коливань) коливалися синхронно.

Для підвищення точності вимірювань треба:

- довжину волосіней кожного маятника беремо чим довгими (для цього пляшки мають бути нижче рівня столу і ближче до підлоги;
- щоб виключити обертання та зіткнення пляшок спочатку за допомогою шматочків сірника підвішуємо кришки обох пляшок (на одній висоті) через отвір в центрі, а вже потім накручуємо їх на пляшки.
- початкове відхилення маятників від положення рівноваги не має бути занадто великим.

Заповнюємо одну пляшку водою, синхронно запускаємо маятники, рахуємо коливання порожньої пляшки та спостерігаємо за різницею фаз коливань. Коливання рахуємо до тих пір, поки обидва маятники знов не будуть рухатися синхронно. У цей момент часу маятник з порожньою пляшкою зробив N_0 коливань, а маятник з заповненою пляшкою $N_1 = N_0 - 1$ коливань.

Оскільки $T = \frac{t}{N}$, відношення періодів $\frac{T_1}{T_0} = \frac{N_0}{N_1} = \frac{N_0}{N_0 - 1}$. Наприклад, при

$N_0 = 20$ маємо $\frac{T_1}{T_0} = \frac{20}{20 - 1} \approx 1,05$. Враховуючи, що період коливань нитяного

маятника пропорційний $\sqrt{l}$, де l – довжина маятника, можна отримати:

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{l_1}{l_0}}, \quad \text{або} \quad \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 = \frac{l_1}{l_0} = \frac{l_0 + \Delta l}{l_0} = 1 + \frac{\Delta l}{l_0}, \quad \text{звідки} \quad \frac{\Delta l}{l_0} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 - 1 =$$

$$= \left(\frac{N_0}{N_1}\right)^2 - 1 = \left(\frac{N_0}{N_0 - 1}\right)^2 - 1. \quad \text{У розглянутому раніше прикладі}$$

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \left(\frac{20}{20 - 1}\right)^2 - 1 \approx 0,11.$$

Оцінимо відносну похибку вимірювань. Оскільки кількість коливань, за які коливання маятника з водою відстають на один період визначається ці-

лим числом с похибкою ± 1 , маємо $\varepsilon\left(\frac{T_1}{T_0}\right) = \frac{\Delta N}{N_0} = 0,05$, $\varepsilon\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right) = 2 \frac{\Delta N}{N_0} = 0,1$.

Задача 2

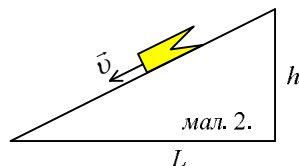
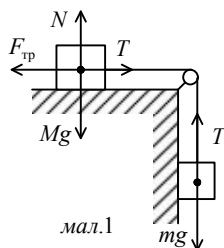
1. Теоретичне обґрунтування

3 умови рівномірного руху заціпки.

Коефіцієнт тертя дерева по паперу визначаємо з умови рівномірного руху прищипки по аркушу паперу: а) по горизонтальній поверхні (мал. 1): $mg = \mu \cdot N$; $N = Mg$; $\mu = m/M$; б) по похилій площині $\mu = h/L$ (мал. 2). Силу, стиснення паперу заціпкою визначаємо з наступних міркувань: а) аркуш паперу у заціпці притискається з двох сторін силами $T_1 = T_2 = T$, руху паперу протидіють дві сили тертя $F_1 = F_2 = F = \mu T$; б) розташували папір вертикально намагасьмо витягнути папір з заціпки, врівноважуючи силу тертя вагою стаканчика з сіллю: $2 \mu T = (m_{\text{ст}} + \Delta m)g$, де $m_{\text{ст}}$ – маса пластикового стаканчика зі скотчем, Δm – маса солі.

3 умови рівноваги важеля.

Силу, з якою одна частина (верхня) тисне на другу (нижню), визначаємо застосовуючи важіль. Момент сили тяжіння, який створює стаканчик з сіллю відносно центру кріплення заціпки має врівноважити момент сили тис-



ку відносно цього центру. а) $T \cdot L_1 = (m_{\text{ст}} + \Delta m)g \cdot L_2$; де L_1 і L_2 – плечі відповідних сил. $T = (m_{\text{ст}} + \Delta m)g \cdot L_2 / L_1$. б) оскільки сили діють на папір з двох боків, то сила, що стискає дорівнює $2T = 2(m_{\text{ст}} + \Delta m)g \cdot L_2 / L_1$.

2. Виконання роботи.

Перший спосіб вимірювання μ .

а) до горизонтальної поверхні (столу) скотчем прикріплюємо смужку паперу, на якому розташовуємо защіпку з ниткою; нитку слід пропустити через середину кріплення защіпки;

б) для того щоб позбутися впливу тертя нитки по паперу треба підкласти щось, наприклад, ручку, різноважку, палець, тощо під нитку на краю столу;

в) на терезах зважуємо защіпку;

г) до вільного кінця нитки, що звисає зі столу, прикріплюємо важки з набору терезів так, щоб візуально досягти рівномірного руху защіпки по смужці. *Другий спосіб вимірювання μ .*

а) щільно обгортаємо лінійку папером, закріплюємо скотчем та розташовуємо на ній защіпку;

б) підбираємо такий кут нахилу, при якому починається візуально рівномірне зісковзування защіпки по лінійці. Рух має починатись після легкого підштовхування;

в) зафіксуємо висоту отриманої похилої площини у будь-який розумний засіб. Вимірюємо її висоту і основу.

Вимірювання середньої сили затискання защіпки.

а) Використовуючи скотч, робимо зі стаканчика аналог відерця, до середини дужки якого прив'язуємо нитку, пропущену через середину кріплення защіпки;

б) Розташовуємо систему вертикально, утримуючи її за верхній кінець аркуша (див. мал.);

в) Ложкою підсипаємо сіль у стаканчик поки защіпка не прийде у рух;

г) За цих умов зважуємо стаканчик з сіллю на терезах.

Другий спосіб вимірювання середньої сили затискання защіпки.

а) Защіпку використовуємо як важіль, що може обертатися навколо центру скріплення защіпки;

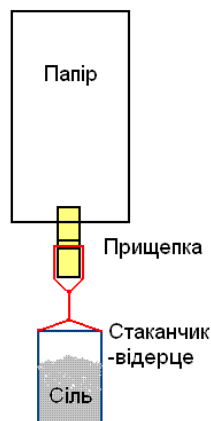
б) до витонченої кінцівки защіпки скотчем кріпимо імпровізоване відерце із сіллю і додаємо сіль до розчеплення губок прищипки;

в) за цих умов зважуємо стаканчик з сіллю на терезах;

г) вимірюємо плечі сил відносно осі обертання.

Третій спосіб вимірювання середньої сили затискання защіпки.

Безпосередньо вимірюємо силу, з якою губки защіпки тиснуть одна на одну.



- а) верхню губку заціпки утримуємо нерухомою (у будь-який спосіб);
- б) до нижньої губки скотчем кріпимо імпровізоване відерце і додаємо у нього сіль, досягаючи початку її руху вниз;
- в) за цих умов зважуємо стаканчик з сіллю на терезах.

Пам'ятаємо, що чисельні значення вимірювань другим і третім способом, треба подвоювати.

3. Обробка результатів

- а) Повторюємо вимірювання кілька разів;
- б) Результати оформлюємо у вигляді таблиці;
- в) Розраховуємо чисельні значення μ та T ;
- г) Знаходимо середні значення.

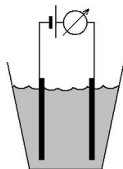
4. Висновки:

- а). Якість експерименту оцінюємо по відхиленню величин, отриманих у експерименті, від їх середніх значень;
- б). Визначаємо основні фактори впливу на результат окремого вимірювання;
- в). Висновок про достовірність отриманих чисельних значень;
- г). Яку силу отримано у експерименті і як вона співвідноситься з силою тертя ковзання.

9 КЛАС

Задача 1

1. Складається електричне коло з батарейки, вольтметра та двох електродів, частково занурених в електроліт (див. мал.).
2. Вимірюється залежність струму від часу до повного стравлення шару міді на поверхні однієї з діелектричних смужок та будується відповідна залежність струму I від часу t графічно.
3. Із графіка залежності $I(t)$ визначається заряд q як площа під кривою струму I над горизонтальною віссю t .



4. Використовуючи закон Фарадея для електролізу $m = kq$ і враховуючи співвідношення між масою та розмірами тіла $m = \rho Sd$, визначаємо товщину

шару міді d , стравленого з поверхні смужки діелектрика: $d = \frac{kq}{\rho S}$,

де k – електрохімічний коефіцієнт міді, ρ – густина міді, S – площа витравленого шару міді, яка визначається за допомогою міліметрового паперу.

5. На точність отриманого результату впливатимуть: 1) точність вимірювання струму амперметром; 2) точність вимірювання часу годинником; 3) точність визначення площі; 4) неоднорідність стравлюваного шару; 5) нерівномірність протікання реакції електролізу.
6. Точність експерименту визначаємо як:

$$\frac{\Delta d}{d} = \sqrt{\left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta S}{S}\right)^2}, \text{ де: } \Delta I = 0,03 \text{ А для да-}$$

ного амперметра, $\Delta t = 1 \text{ с}$, $\Delta S = 1 \text{ мм}^2$. У такому випадку $\frac{\Delta d}{d} \approx 10\%$.

Задача 2

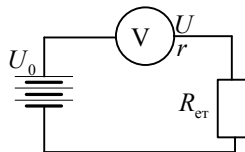
Див. задача №2, 8 клас.

10 КЛАС

Задача 1

1. Знаходження внутрішнього опору вольтметра.

Перш за все, вимірюємо з допомогою вольтметра напругу на виводах джерела струму U_0 . Потім приєднаємо вольтметр до джерела послідовно з відомим “еталонним” опором $R_{\text{ет}}$ і визначимо покази вольтметра U .



Сила струму в колі $I = \frac{U_0}{R_{\text{ет}} + r}$, напруга на вольтметрі $U = \frac{U_0 r}{R_{\text{ет}} + r}$, звідки

$$r = R_{\text{ет}} \frac{U}{U_0 - U} \quad (1). \text{ Внутрішній опір вольтметра } 6 \text{ кОм.}$$

2. Знаходження струму повного відхилення стрілки вольтметра.

Для цього ділимо границю вимірювання вольтметра на його внутрішній опір: $6 \text{ В} / 6000 \text{ Ом} = 0,001 \text{ А} = 1 \text{ мА}$.

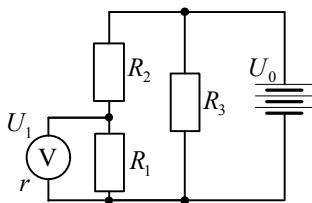
3. Знаходження опорів “трикутника”

Перший спосіб:

Позначимо опори трикутника R_1 , R_2 , R_3 і зберемо коло, зображене на малюнку.

Еквівалентний опір вольтметра і підключеного до нього паралельно резистора R_1 :

$$R'_1 = \frac{r \cdot R_1}{r + R_1} \quad (2). \text{ Покази вольтметра в да-}$$



ному випадку $U_1 = \frac{U_0}{R'_1 + R_2} \cdot R'_1$. Підставляючи вираз (2), отримаємо:

$$\frac{U_0}{U_1} = 1 + \frac{r + R_1}{r \cdot R_1} \cdot R_2 \quad (3). \text{ Підключимо вольтметр до опору } R_2 \text{ і вимірюємо}$$

напругу U_2 . Тоді можна записати: $\frac{U_0}{U_2} = 1 + \frac{r+R_2}{r \cdot R_2} \cdot R_1$ (4). Рівняння (3) і (4)

утворюють систему, розв'язком якої є: $R_1 = r \cdot \frac{U_0 - U_1 - U_2}{U_2}$ (5);

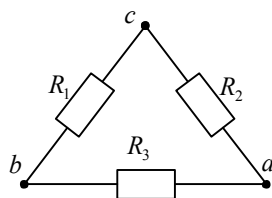
$$R_2 = r \cdot \frac{U_0 - U_1 - U_2}{U_1} \quad (6).$$

Для знаходження опору R_3 , поміняємо місцями опори R_1 і R_3 , і вимірюємо напругу U_3 на опорі R_3 і напругу U'_2 на опорі R_2 . Тоді

$$R_3 = r \cdot \frac{U_0 - U_3 - U'_2}{U'_2} \quad (7).$$

Другий спосіб:

Складемо коло зображене на малюнку. З'єднуємо провідником точки b і c і вимірюємо провідність двох паралельно з'єднаних резисторів R_2 , R_3 , яку позначимо G_{23} . (Користуватися провідністю, тобто оберненою до опору величиною, у випадку паралельного з'єднання зручніше, оскільки отримуємо менш громіздкі формули). Аналогічно вимірюємо провідності G_{12} , G_{31} . Отримаємо систему трьох рівнянь:



$$\begin{cases} G_{12} = G_1 + G_2 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ G_{23} = G_2 + G_3 = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ G_{31} = G_3 + G_1 = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{2}{G_{31} + G_{12} - G_{23}} \\ R_2 = \frac{2}{G_{12} + G_{23} - G_{31}} \\ R_3 = \frac{2}{G_{23} + G_{31} - G_{12}} \end{cases}$$

Для визначення значень G_{12} , G_{23} , G_{31} підключимо вольтметр до батареї через пару паралельно включених опорів (як при знаходженні внутрішнього опору вольтметра). Оскільки зараз внутрішній опір вольтметра відомий, то з формули (1) отримаємо:

$$G_{12} = \frac{U_{12}}{r \cdot (U_0 - U_{12})}; \quad G_{23} = \frac{U_{23}}{r \cdot (U_0 - U_{23})}; \quad G_{31} = \frac{U_{31}}{r \cdot (U_0 - U_{31})}.$$

При виготовленні “трикутників” використовувались резистори з опорами 2,7 кОм, 7,5 кОм и 10 кОм.

Задача 2

1. Зберемо наступну установку: важок підвісимо на нитці на штатив за допомогою дроту, так, щоб підвіс виявився симетричним (див. мал. 1). Зсуваючи шашку та підштовхуючи нею важок, намагаються максимально відхилити важок, коли шашка ще може утримуватися силою тертя спокою. Тоді умова рівноваги дасть рівняння: $\mu m_2 g = m_1 g \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$.

Звідки: $\mu = \operatorname{tg}(\alpha) m_1 / m_2$ (1).

Оскільки α дуже малий, то можна вважати, що $\operatorname{tg}(\alpha) \approx S_0 / L$.

2. Для визначення швидкості руху важка перед ударом скористаємося законом збереження енергії (див. мал. 3): $m_1 g h = m_1 v_1^2 / 2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}$;

$$v_1 = \sqrt{2g(l - \sqrt{l^2 - S_1^2})} \quad (2).$$

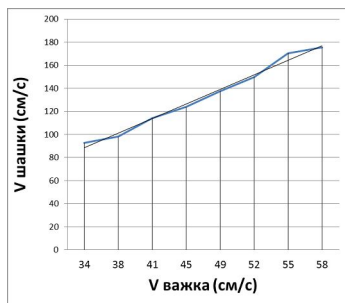
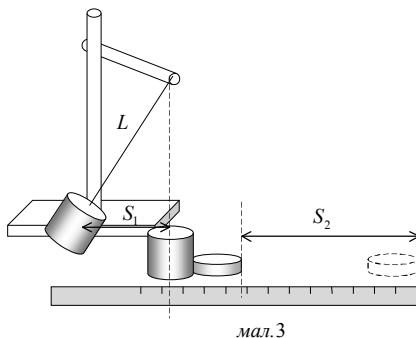
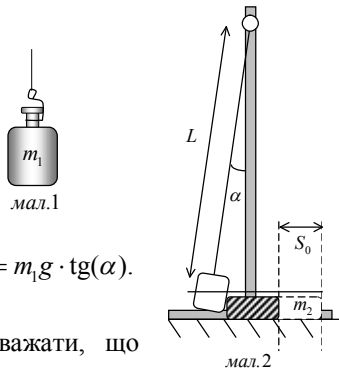
Для визначення швидкості руху шашки скористаємося теоремою про кінетичну енергію (див. мал. 3):

$$\Delta K = A \Rightarrow m_2 v_2^2 / 2 = \mu m_2 g S_2, \text{ звідки}$$

$v_2 = \sqrt{2\mu g S_2}$. Куди можна у першому наближенні підставити значення коефіцієнту тертя з (1). Після підстановки отримаємо:

$$v_2 = \sqrt{2g S_2 \frac{m_1 S_0}{m_2 L}} \quad (3).$$

З рівнянь (1), (2), (3) після проведення дослідів можна отримати наступну графічну залежність (див. мал. 4). Ще у звіті треба описати, як саме проводилися експериментальні досліди. Провести кілька дослідів, та обговорити як зменшити можливі похибки. Отримані результати показують, що зіткнення важку та шашки, якщо шашка після удару не волочиться важком, можна вважати пружним. Теоретично прогнозованим можна вважати співвідношення для пружного удару: $v_2 = 2v_1 m_1 / (m_1 + m_2)$.



мал. 4

11 КЛАС

Задача 2

Підчас збирання установки слід забезпечити максимальне віддалення магнітів від металевих предметів, а також збіг напрямків магнітних моментів. Розглядаються малі відхилення маятника від положення рівноваги, $\alpha, \beta \ll 1$ (див. мал.).

За цих умов рівняння коливань мають вигляд:

$$ml^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -mgl\alpha - \frac{kl}{r^n} \left(1 + \frac{l}{r}\right) \alpha. \quad \text{Звідки отримуємо}$$

$$\text{частоту } \omega^2 = \omega_0^2 + \frac{k}{mlr^n} \left(1 + \frac{l}{r}\right) \sim \omega_0^2 + \frac{k}{mr^{n+1}}, \quad \text{де, для}$$

спрощення моделі, слід забезпечити $l \gg r$ у експериментах. Аналіз експериментальних даних доцільно

проводити у логарифмічному масштабі: $\ln \left(\frac{\omega_i^2 - \omega_0^2}{\omega_j^2 - \omega_0^2} \right) = (n+1) \ln \left(\frac{r_j}{r_i} \right)$. Напри-

клад, отримуємо такий графік:

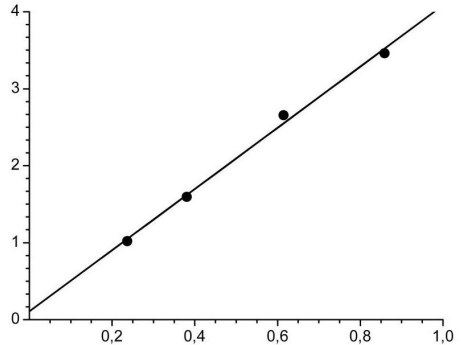
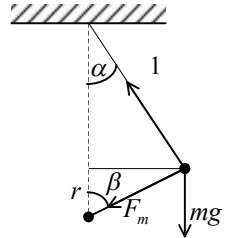
Отримуємо: $k \sim 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м}^4$,

$$n_{\text{exp}} = 3,96 \rightarrow n = 4.$$

Коментар: Як відомо, для диполь-дипольної взаємодії точне значення $n = 4$.

Критерії оцінювання

1. Опис установки, обґрунтування її параметрів – 1 бал;
2. Теоретична модель – 2 бали;
3. Протокол результатів вимірювання – 1 бал;
4. Обробка результатів – 1 бал;
5. Графік за експериментальними даними (на міліметровому папері) – 1 бал;
6. Значення показника n залежності $F = kr^{-n}$ – 1,5 бала;
7. Значення k – 1,5 бали;
8. Аналіз результатів і висновки – 1 бал.



Коди місць проведення

АР Крим	01000	Львівська обл.	13000
м. Севастополь	01900	Миколаївська обл.	14000
Вінницька обл.	02000	Одеська обл.	15000
Волинська обл.	03000	Полтавська обл.	16000
Дніпропетровська обл.	04000	Рівненська обл.	17000
Донецька обл.	05000	Сумська обл.	18000
Закарпатська обл.	06000	Тернопільська обл.	19000
Житомирська обл.	07000	Харківська обл.	20000
Запорізька обл.	08000	Херсонська обл.	21000
Івано-Франківська обл.	09000	Хмельницька обл.	22000
м. Київ	10000	Черкаська обл.	23000
Київська обл.	10100	Чернівецька обл.	24000
Кіровоградська обл.	11000	Чернігівська обл.	25000
Луганська обл.	12000		

СПИСКИ УЧАСНИКІВ КОНКУРСУ, ЯКІ ПОКАЗАЛИ НАЙКРАЩІ РЕЗУЛЬТАТИ

СПЕЦІАЛІЗОВАНІ КЛАСИ

Прізвище, ім'я	Код	Клас	Бали
ЛІВНИЦЬКИЙ І.	09351	10ф	130
ГОЛОВКО М.	04003	10ф	130
ОСТАШУК І.	09351	10ф	130
ЛИСТОПАДОВ Д.	04027	10ф	128
ФЕДОРЯКА Д.	04027	10ф	128
СІНЄГІН В.	04317	10ф	126
КОНДРАТЕНКО А.	04317	10ф	125
МСДВСДСВ Д.	03455	10ф	125
НЕВМЕРЖИЦЬКИЙ М.	04317	10ф	125
БЕЛЕЙ Д.	09351	10ф	124
МІНАСВ П.	04003	10ф	124
ШВОРАК М.	09351	10ф	124
ЯКІВСЬКА Т.	09351	10ф	124
ГОЛОВКО В.	23950	10ф	123
МАРУХНО О.	13100	10ф	121
ОБЕРТАН Д.	13100	10ф	121
ЛАНКМІЛЕР М.	04317	10ф	120
ТОМАШЕВСЬКА А.	04003	10ф	120
ГАРАЗД І.	09351	10ф	118
ПУКАЛЯК І.	09351	10ф	118
БАНДУРОВИЧ А.	13100	10ф	115
ДЕМ'ЯНЕНКО Л.	04003	10ф	115
ЛАВРИК М.	13100	10ф	115
МЕЮС А.	04094	10ф	115
ЗІНЧУК Р.	13100	10ф	114
ЗОЩАК М.	09351	10ф	114
КУСИЙ А.	13100	10ф	114
ЛУТ Ю.	04003	10ф	114
МОЛИБОГ І.	04003	10ф	114
ХОБОТІН М.	09351	10ф	114
РАК О.	13100	10ф	113
ФОТУЛ В.	09351	10ф	113
МОШТУК В.	09351	10ф	111
ТРЕТИНКО А.	04003	10ф	111
ЯЦУРА М.	04003	10ф	111
ВОРОШИЛО Є.	04003	10ф	110
ЛЯСОТА П.	09351	10ф	110
СКАБЯК В.	09351	10ф	110
ТЕЛІЖИН А.	09351	10ф	110
ФАЙДУЛА М.	09351	10ф	110
СЛІСЕНКО Ф.	10004	10ф	110
РАДЧЕНКО Ю.	04317	10ф	109
ТИМЧИШИН І.	09004	10ф	109
ОСИКОВ В.	09351	10ф	108
АРТЕРЧУК А.	13100	10ф	106
ГОЙ О.	09004	10ф	106
ЖУК О.	04317	10ф	106
ЯНЕВИЧ Я.	09004	10ф	106
ЗАПІСЕЦЬКИЙ В.	23950	10ф	105
МАЛЫЦЕВ А.	08014	10ф	105
ПИЛИПЧАК О.	13100	10ф	105

ШКОЛЬНИЙ Д.	23950	10ф	105
БЧАЙ К.	04027	10ф	104
ВОЛКОВ О.	04315	10ф	104
МИХАЛЬЧУК Ю.	13100	10ф	104
САЛО М.	13100	10ф	103
БОБРОВА Є.	04388	10ф	103
ВИНОГРАДОВ Ю.	04003	10ф	103
ЧУЛКОВ П.	04388	10ф	103
ЩЕРБАЧЕНКО Є.	04317	10ф	103
БАНАДА О.	04317	10ф	101
БУТРИНСЬКИЙ Д.	13100	10ф	101
ГРИГОР С.	05601	10ф	101
МОРОЗ Я.	04051	10ф	101
ПАРАМОНОВ Д.	04051	10ф	101
РІЗУН М.	04317	10ф	101
ТИМОШЕНКО С.	05601	10ф	101
УРУСЬКИЙ В.	05601	10ф	101
ШНІЦЕР М.	09351	10ф	101
ШУМІЛО М.	05601	10ф	101
ЯЛАНЖИ О.	08014	10ф	101
ЖИРКО Д.	04066	11ф	133
ЖУРАВЕЛЬ О.	04066	11ф	128
БОГДАНОВ О.	10004	11ф	121
ЧЕРНЯВСЬКИЙ Є.	15010	11ф	119
ДЕУНДЯК О.	02033	11ф	118
НОВІКОВ Р.	04066	11ф	115
АББАСОВ Т.	08030	11ф	114
ВАКОЛЮК А.	02033	11ф	111
ПЕТРУША О.	05012	11ф	111
БОНДАРЕНКО О.	02033	11ф	109
ГРАНЮК О.	04321	11ф	109
КОСТЮК А.	02313	11ф	109
КУЗЬМЕНКО А.	02033	11ф	109
СКІБА А.	05012	11ф	108
СМІРНОВ Є.	13100	11ф	106
КРАВЕНСЬКИЙ В.	13100	11ф	105
КУЩ Г.	05012	11ф	105
ОМЕЛЬЯНЕНКО Г.	10004	11ф	105
ЖИГУН С.	05012	11ф	104
ЛАХМАН О.	24250	11ф	103
ПЕФІГ Д.	08030	11ф	103
ТЕСЛІГІН О.	24250	11ф	103
ДОБРОСКОК Я.	10004	11ф	101
СВЕТЛОВА О.	08030	11ф	100
СМІРНОВ А.	02033	11ф	99
ТИМОФЄЄВ О.	08380	11ф	99
УСТЕНКО І.	01909	11ф	99
ДЕМКІВ С.	13100	11ф	98
БОНДАРЕНКО М.	05326	11ф	96
РОЖАНСЬКА І.	09351	11ф	96
БИХУН О.	10004	11ф	95
КНУРЕНКО А.	02033	11ф	95
ПЕТРЕЛІ Б.	24250	11ф	95

НЕСПЕЦІАЛІЗОВАНІ КЛАСИ

Прізвище, ім'я	Код	Клас	Бали
7 КЛАС			
АМБРОЗ І.	13825	7	150
КАРПА Г.	13820	7	150
КАРПЕЦЬКА М.	13825	7	150
КРАВЕЦЬ О.	13820	7	150
КУРИЛЕХ М.	13825	7	150
РАСКО Р.	13825	7	150
БАРАН І.	14600	7	145
ГАЛИЦЬКА О.	07352	7	145
КОСТИНЮК М.	19300	7	145
КРАВЕЦЬ В.	14600	7	145
ЛУГИНА І.	07352	7	145
ЛУЧКА М.	14600	7	145
МАТВИЧУК І.	19546	7	145
НІЩЕНКО А.	08230	7	145
НИКОЛАЙЧУК О.	09002	7	145
ПОВОРОЗНИЙ І.	02131	7	145
ПУЧАК І.	13960	7	145
СОРОКА Л.	07352	7	145
ТКАЧОВА А.	04224	7	145
ШИШКІНА Д.	04224	7	145
ІВЧЕНКО І.	14025	7	144
МІТРОШИЧЕВ І.	05012	7	144
МОРОЗЮК К.	22450	7	144
ОЛЕКСЕНКО А.	25546	7	144
ПЛАКІДЮК В.	02033	7	144
ПРИМЕНКО Л.	25546	7	144
СВЕРБИЧ О.	14982	7	144
ТОДОРЮК Ф.	08230	7	144
БОНДАРЕНКО М.	15192	7	141
КОЖОКІНА Е.	15192	7	141
КРАВЧУК Н.	02131	7	141
СТАВРУК С.	13088	7	141
АФАНАСЬВА А.	14034	7	140
БАГРИНЦЕВ І.	14034	7	140
БЕЦА І.	06108	7	140
ВЕЛЫЦЮ.	14034	7	140
ГЕРЕЙ Т.	06108	7	140
ДРАБИК О.	19865	7	140
ЖУРИБІДА І.	22851	7	140
ЗАНОСКІНА П.	14034	7	140
КОЛЕНЬКОВ М.	08230	7	140
КОСТЕНКО К.	14034	7	140
КУЗНЕЦОВ Г.	14050	7	140
КУРТІЙ Д.	14034	7	140
МОМЕНТ В.	14034	7	140
НЕДІЛЬКО В.	18340	7	140
ПАВУЛЯК М.	19700	7	140
ПЕТЛЮК І.	22851	7	140
ПОСТАРНИЧЕНКО Н.	14050	7	140
ПРИЛУКА А.	14050	7	140
РЯБОВ І.	14050	7	140
СЕМЕНОВ І.	04035	7	140
СТУПКА М.	14034	7	140
СУХИНА О.	02580	7	140
ФЕДІВ В.	19700	7	140

ФЕДОРЕНКО С.	08525	7	140
ФЕСЕНКО Ю.	14050	7	140
ФУРМАН Р.	02580	7	140
ЦИМБАЛЮК Ю.	19300	7	140
ЦЯПУТА Т.	19700	7	140
ЄРШОВ С.	08532	7	139
ІВАНИШИН О.	13583	7	139
БАСАНЕЦЬ К.	20069	7	139
БУГАНЮК І.	24051	7	139
ВІТЕНКО В.	19030	7	139
ВЕРБОВСЬКИЙ О.	24015	7	139
ВИШНЕВСЬКИЙ І.	02313	7	139
ГАШПАРИЧ О.	13055	7	139
ГОРКАВА А.	07352	7	139
ГОРЛОВА Н.	02020	7	139
ДАРМОСТУК А.	20016	7	139
ДЖУМАГА М.	19300	7	139
ДОЛОМАН Д.	08532	7	139
ЗАБРОДА В.	08230	7	139
ЗАГОРОДНЮК А.	13311	7	139
КАПКО В.	13055	7	139
КИНІВ О.	06322	7	139
КИРИЛЕНКО А.	14600	7	139
КЛИМЧУК І.	01949	7	139
КУДРЯ А.	08532	7	139
КУКЛІЧ В.	02131	7	139
КУЧЕРЕНКО М.	04301	7	139
ЛЕБЕДСВА С.	14050	7	139
ЛУТІС А.	14050	7	139
ЛЯХОВСЬКИЙ В.	06008	7	139
МОСКАЛЕНКО К.	15340	7	139
МОЧУЛЬСЬКА В.	19030	7	139
НІСТРЕНКО У.	01800	7	139
НЕЧИПОРЕНКО Б.	10661	7	139
ПЕТРОВ А.	12045	7	139
ПОПОВА В.	08532	7	139
РАКОВСЬКА А.	02313	7	139
СОТНІКОВ О.	15340	7	139
СТАСЮК С.	13055	7	139
СТРИКАЛЬ С.	23013	7	139
СУЛЕЙМАНОВА Ф.	01800	7	139
ТЮРІН В.	12780	7	139
ФЕДОРУК І.	02020	7	139
ЧИЖОВА Д.	08532	7	139
ЧОПА Є.	02020	7	139
ЧУМАК А.	02308	7	139
ШКОЛИК С.	13480	7	139
ЯРИЧЕВСЬКИЙ О.	02313	7	139
БІРУК В.	03661	7	138
БОБРОВЕЦЬ І.	01000	7	138
БОРБИЦЬКА В.	20016	7	138
БУРЛАСВ О.	05882	7	138
ГНІДУНЦЬ Д.	02005	7	138
КАЛІШНІЧЕНКО А.	20016	7	138
КОВАЛЬЧУК Т.	17152	7	138
КОШЛЯР С.	01741	7	138
КРАВЧЕНКО Г.	08230	7	138
КРИВИЙ А.	04225	7	138

КУСТОЛ А.	01741	7	138
ЛУКІЯНЧУК М.	03474	7	138
МЕЛЬНИЧУК Д.	03400	7	138
РОМАНЮК М.	11004	7	138
САМОЙЛОВ А.	12045	7	138
ТОЛКАЧОВ М.	20016	7	138
ЗАВАЛЬНЮК Ю.	02020	7	137
ПОНОМАРЬОВ Р.	20100	7	137
ЗАГОРОДНІЮК О.	14050	7	136
МАЛЬЦЕВА А.	19030	7	136
ШУМЛАК О.	22851	7	136
БУРБАН І.	19030	7	136
БОРИСЕНКО Ю.	08230	7	135
БУРБЕЛО О.	02050	7	135
ВЛАСОВА М.	14302	7	135
ГАВДЯК М.	13303	7	135
ГНАТІВ Б.	13440	7	135
ДУДНЄВА О.	20069	7	135
ЗАХАРЧЕНКО В.	15192	7	135
ЗМЕРЗИХ Л.	14302	7	135
КІМ О.	14302	7	135
КІССА А.	08230	7	135
КАСИЧ М.	06160	7	135
КОРНІСНКО В.	20069	7	135
КОСЮГА О.	10662	7	135
КРИВОЛАПЧУК В.	14302	7	135
КУШНІР А.	06160	7	135
ЛАБЕНСЬКИЙ Д.	09003	7	135
ЛОТИШ Я.	02580	7	135
ЛУКІЯНЧЕНКО Н.	20842	7	135
МАЛАНЯК О.	13303	7	135
МОВЧАН О.	21853	7	135
МОШУРА М.	09704	7	135
ОДІНЕЦЬ Д.	14100	7	135
ПІДГОРНА О.	20842	7	135
ПАДАЛКО М.	02131	7	135
ПОЛІЩУК О.	02316	7	135
РЕШЕТНИК В.	11302	7	135
РОСОХА О.	12045	7	135
РУДАКОВА А.	20842	7	135
САЧЕК О.	20034	7	135
СТРІЛЕЦЬ С.	20069	7	135
ТЕРЕХ О.	18801	7	135
ТКАЧУК А.	10661	7	135
ТРУШ Л.	13088	7	135
ФАБРИКОВ І.	14302	7	135
ЧАПЛЯ В.	13320	7	135
ШЛЯХТИЧ Т.	09704	7	135
КАВАКА М.	14931	7	135
ІВАЩЕНКО А.	08230	7	134
ЛЬІНА Т.	20063	7	134
АДАМОВА К.	21099	7	134
АНІСІМОВ М.	13088	7	134
БАНДУШ М.	02131	7	134
БОТВИНКО І.	08230	7	134
БУРЦЕВ В.	08532	7	134
БУЧАЦЬКА С.	15340	7	134
ВИПРИЦЬКИЙ І.	23013	7	134
ВОЙЧЕНКО Л.	14050	7	134
ГАВРИЛЮК М.	13234	7	134

ГАЛИЦЬКА О.	02131	7	134
ГЛУЩЕНКО В.	15791	7	134
ГОЛИК А.	02580	7	134
ГОНЧАРЕНКО І.	08535	7	134
ДІХТЯРЬ А.	20570	7	134
ДЕЛЯНОВА А.	11661	7	134
ДУДЛА С.	16557	7	134
ДУНАРЬ Н.	08532	7	134
ЗАПЦЕВ А.	20069	7	134
ЗАГРІЙЧУК Д.	02050	7	134
ЗАТУЛІВІТЕР Т.	18161	7	134
ЗЕЛІНСЬКИЙ Д.	13408	7	134
ЗУБЧЕНКО О.	15340	7	134
КАПРАЛЕНКО А.	11102	7	134
КАРДАШ В.	15340	7	134
КОЛЕСНИК Л.	18161	7	134
КОРНІСНКО С.	11304	7	134
КРИБОШЕЯ І.	02050	7	134
КРИКЛИВА Ю.	12780	7	134
КУЗЬМА А.	06322	7	134
КУЛЕБА А.	23757	7	134
ЛЕТУЧА Г.	15340	7	134
ЛИСЮК Д.	25050	7	134
ЛЯХ Д.	25050	7	134
МАЙСТРОВА Т.	15340	7	134
НЕМЧЕНКО Д.	15340	7	134
НЕУС В.	11102	7	134
ОПОЛСЬК П.	15340	7	134
ОРЕШКОВА В.	15340	7	134
ПЕРЕГУДА А.	15340	7	134
ПОЛОНЧУК Р.	02308	7	134
РИРМАК М.	15100	7	134
РОЩЕНКО Д.	08532	7	134
СЕРПУТЬКО С.	07352	7	134
СМІХОВСЬКИЙ Н.	03330	7	134
СОБОЛЄВА Ю.	20883	7	134
СТАШКІВ С.	19700	7	134
ТАРАБЦЕВ М.	14051	7	134
ТАРАНОК С.	02050	7	134
ТЕРНОВСЬКА Н.	15340	7	134
ТИХОВСЬКА В.	14050	7	134
ТРИГУБА А.	20883	7	134
ТУНІК С.	18400	7	134
ФОМЕНКО Н.	20883	7	134
ШЕРСТЮК М.	08532	7	134
ЄВДОКИМОВА Ю.	15340	7	133
АБРАМОВА Ю.	05318	7	133
БАБАК В.	02222	7	133
БАРТОСІК А.	23578	7	133
БАУМАН М.	05003	7	133
БЕЦЬ А.	02532	7	133
БОЛЮХ О.	22352	7	133
БОРОВИК Б.	10906	7	133
ДОВГОПОЛИК П.	08300	7	133
ДУБИНА А.	23578	7	133
ЗАДРА Д.	11661	7	133
ЗАМІТАЙЛО Д.	02532	7	133
ЗАПЛЕТНЮК Ю.	14015	7	133
КОЖАН Н.	02328	7	133
КОЗАЧЕНКО А.	01800	7	133

КОКІТКО В.	19300	7	133
КРИВОНОС В.	02532	7	133
ЛІТИНСЬКИЙ Д.	07971	7	133
МІЛЛЕР С.	14050	7	133
МАКИМОВ К.	15340	7	133
МАКОГОНЧУК К.	13088	7	133
МАНДРОЛЬКО В.	02527	7	133
НСЧВЄСА А.	18001	7	133
ПЕТРУК Ю.	12720	7	133
РУДЕНКО В.	11004	7	133
САВИЧ С.	20042	7	133
СВИСТУН В.	10906	7	133
СЕРДУК Н.	08460	7	133
СОКОЛЬСЬКА І.	20220	7	133
СУШАНИН М.	06322	7	133
ФАЛЕС О.	06554	7	133
ШТИФЛЮК В.	22900	7	133
СМЕЛЯНОВ А.	13303	7	131
ІРИНЧУК К.	15193	7	131
АРХАНГЕЛЬСЬКА А.	06420	7	131
БИСТРОВ Б.	12045	7	131
БОЖУК В.	19154	7	131
БОРДУН М.	12045	7	131
БУКРСЄВ М.	20026	7	131
БУКРСЄВ А.	15340	7	131
ВАСИЛЬСВ Д.	01741	7	131
ДЕЙНИЧЕНКО К.	12100	7	131
ДЗИГОВСЬКИЙ С.	13860	7	131
ДУДИН О.	12380	7	131
КАРПОВ В.	05077	7	131
КОЧА М.	01741	7	131
КРАСНІКОВА Н.	01741	7	131
КРУПЕЛЬНИЦЬКА А.	22352	7	131
КУЧЕР І.	19154	7	131
ЛУК'ЯНОВА О.	01741	7	131
МАЗУР Т.	22176	7	131
МАТВІВ М.	13860	7	131
МОВЧАН В.	19154	7	131
НІКІПІН М.	01741	7	131
НАБОКА В.	04870	7	131
ПАЦИК А.	08660	7	131
ПРАВДІНА Т.	12870	7	131
СЄМЕРКОВ М.	01741	7	131
САВЧУК О.	14050	7	131
СИДОРЯК Я.	19154	7	131
СЛОВОДІЯН В.	03600	7	131
ТКАЧОВА А.	01741	7	131
ЧЕРТКОВ А.	01741	7	131
ШВАЯ М.	17350	7	131
ШОСТАК О.	17350	7	131
ЯКУШИНА А.	01741	7	131
КАЛЬЧУК А.	03326	7	131
КОЛЕНДА Ю.	03326	7	131
ПІДЛУБНЯК К.	15340	7	131
АРБАЙТЕР М.	09704	7	130
БРЕНЬО А.	13307	7	130
БУДО С.	06233	7	130
БУЛАТЕЦЬКИЙ Д.	05359	7	130
БУТКУС Н.	15340	7	130
ВАРЕНИК А.	20026	7	130

ВОЛОШИН В.	09704	7	130
ДАЛИБОЖИК О.	19150	7	130
ДОЛГАНОВ О.	15340	7	130
ЗЛАТОВА С.	15340	7	130
КОВАЛЬЧУК В.	21104	7	130
КОСТІН О.	05359	7	130
КРИВОРІТЬКО К.	20026	7	130
МІЛЕНІНА С.	18001	7	130
МАШКІН А.	20026	7	130
МЕЛЬНИК Т.	09704	7	130
НЕСТОРАК М.	09704	7	130
ОРЛІЧ В.	22150	7	130
ПІДГАЙНИЙ П.	19150	7	130
ПЕТРОВИЧ А.	19909	7	130
ПОЛЯНСЬКА І.	09704	7	130
ПРИМАК О.	10355	7	130
РИМИК В.	09704	7	130
РОМАНКО Н.	09704	7	130
ТАРАСОВА О.	19150	7	130
ЦУГАНІЧ С.	06160	7	130
ШОСТАЛЬ О.	10358	7	130
МАМЧУР О.	23757	7	130
ПЛЕМ А.	16742	7	130

8 КЛАС

ГАЙДЕЙ А.	02580	8	141
СЕРПУТЬКО Р.	07352	8	140
ГАЛАЧИНСЬКИЙ Б.	22352	8	139
ГУБА В.	04006	8	139
КВІТІНСЬКА Ю.	22352	8	139
МАРКІНА О.	21061	8	139
ПРОЦЕНКО К.	04006	8	139
ТИМЧЕНКО Р.	12045	8	139
ШТИЛЬ О.	07352	8	136
КОВАЛИК Н.	13440	8	135
ПАНОВИК Т.	13440	8	135
ЧУДАК І.	13440	8	135
ШИШКІВСЬКИЙ М.	07352	8	135
БЕРНАЦЬКИЙ А.	22250	8	134
МАРИЧ І.	13110	8	134
ПАВЕЛЬЧУК В.	22250	8	134
САВЧЕНКО Н.	07936	8	134
САДОВСЬКА К.	20690	8	134
ТАТУСЯК О.	02131	8	134
ХАРЧУК С.	21061	8	134
ЯБЛОНСЬКИЙ П.	04100	8	134
АМІПЛОГОВ Д.	04006	8	133
АНДРЮЩЕНКО К.	04114	8	133
ДАНИШЕВСЬКА І.	22551	8	133
КОСТЮК С.	07943	8	133
КРАВЕЦЬ О.	10661	8	133
МАЗУР А.	24001	8	133
МАМАЛАТ О.	04006	8	133
НЕДОКУС К.	19760	8	133
ПОЙДА М.	06350	8	133
ПОДСНО С.	12780	8	133
ПУЧАК О.	13960	8	133
СОБОЛЄВА О.	12780	8	133
ЧОРНА Т.	22551	8	133
КОТЮК Е.	05255	8	131
СПОДОБЕЦЬ С.	04100	8	131

ЛЬПІЧОВ В.	05601	8	130
ДАНИЛЮК І.	05601	8	130
КАРПЕНКО А.	05601	8	130
КУЛИКОВОЇ А.	05601	8	130
ПРКОМ М.	24200	8	130
РОДИГІНА С.	05601	8	130
СВЯСТИН Р.	13825	8	130
СЯДОРЕНКО Д.	05601	8	130
ШАМШУР Ю.	05601	8	130
ШАПОВАЛОВА О.	05601	8	130
АТАМАНЧУК Т.	22250	8	129
ВЛАСЕНКО В.	24008	8	129
ГОРЯЧОВА О.	19762	8	129
ДУДАШ Г.	06233	8	129
КОВАЛЬ Б.	13782	8	129
КУЗУБОВ В.	05750	8	129
ПАВЛОЧЕНКОБЕР- КІН К.	04114	8	129
ЩЕКОХІХІНА Т.	23819	8	129
АНДРОСОВА І.	04108	8	128
БУЛАТ А.	13110	8	128
ГАВРИШ В.	05656	8	128
ГОРОДЮК Н.	02289	8	128
ГУДА У.	13042	8	128
ДУКА В.	17412	8	128
КУЖБА М.	02131	8	128
КУЗЬ М.	04006	8	128
КУЦИК Н.	13320	8	128
МІНЧУК С.	04006	8	128
МАРЦЕНЮК А.	20570	8	128
МИРОНЕНКА М.	04108	8	128
НІДИС А.	04006	8	128
РИЖЕНКО А.	12780	8	128
САПАЙ М.	04900	8	128
СОКОЛ М.	17152	8	128
СУХАРЕВА К.	12780	8	128
ФЕСЮК М.	17152	8	128
ЩЕРБАК Я.	04108	8	128
БОСА А.	11104	8	126
ВАШ В.	06316	8	126
ДЖУЛІКЯН А.	14600	8	126
КУШНІРЧУК К.	15192	8	126
ЛУЦЕНКО А.	04221	8	126
МАРЧЕНКО І.	15401	8	126
ОЛЕКСІСВИЧ А.	24009	8	126
ПАЛІЙ Я.	02553	8	126
САБРАМ І.	15192	8	126
СВІДНІЦЬКИЙ Р.	22250	8	126
СТУПАК Л.	15192	8	126
ЧЕРНЕГА О.	11187	8	126
БАКАЙ О.	14150	8	125
ДЕНИСЮК Н.	11187	8	125
КАДУБЕЦЬ К.	14973	8	125
ЛУБОВ С.	14973	8	125
ПРЕДЗІМИРСЬКИЙ Т.	13782	8	125
МОРГУН Н.	11581	8	125
9 КЛАС			
МІФТАХУТДІНОВ О.	10540	9	150
КУШНІР Р.	02006	9	144
МЕЛЬНИЧЕНКО І.	04114	9	144

ВІКІПЦЬКА А.	21400	9	140
ГОТМАНОВА А.	21400	9	140
ЗАГРІВА О.	07352	9	140
МУЛЯР А.	21400	9	140
ОСПІПЕНКОВА В.	21400	9	140
ФЕДОРНАК Т.	21400	9	140
ЧЕРЕШНІВСЬКИЙ П.	09351	9	140
БЛОШИЦЬКИЙ В.	15340	9	139
ГЕРАСИМЕНКО І.	08230	9	139
ГОЙДА Д.	07453	9	139
МІШКО Ю.	06554	9	139
ПАРИЖАН К.	22450	9	139
ТИШКЕВИЧ Т.	07453	9	139
АЛЕКСАНДРОВА М.	04051	9	138
АЛЬОША Є.	22952	9	138
БЛОКРИНИЦЬКА К.	14038	9	138
БОНДАР С.	02003	9	138
БОНДАР А.	04051	9	138
БОНДАРЄВ М.	05007	9	138
БОРИСОВА Ю.	08525	9	138
ВАСІНА Н.	14050	9	138
ВЕНГЕР О.	22551	9	138
ВОЛОДИНА Д.	23003	9	138
ГАВРІК А.	08525	9	138
ГАВРИЛЮК Я.	07352	9	138
ГАДЖЕГ А. В.	06441	9	138
ГЕРЕВИЧ К.	06441	9	138
ГОВРІ Н.	06441	9	138
ГОЛОФАСВ О.	08017	9	138
ГРЕЦА К.	06441	9	138
ДЕМЧЕНКО Т.	18012	9	138
ЖДІЯНСЬКА Н.	13825	9	138
ЖІКІНА А.	23003	9	138
ЗІНЧЕНКО В.	14064	9	138
КІШКАР А.	14064	9	138
КАЛИТА Р.	04051	9	138
КАПЛЕНКО М.	08017	9	138
КОЗАР М.	04051	9	138
КОРНІЛОВ В.	14064	9	138
КОРОЛЬ Д.	13825	9	138
КОСТІНА В.	14050	9	138
ЛЄБЄДСВ Р.	20340	9	138
ЛЕВЧЕНКО М.	14064	9	138
ЛИТВИНЕНКО Д.	08525	9	138
ЛУНЯЧЕК О.	20036	9	138
МІШКОВЕЦЬ М.	08525	9	138
МАМАЙСУР А.	23003	9	138
МАХМУД С.	07884	9	138
МЕРЕЖКО П.	08017	9	138
МИЦАК О.	13825	9	138
НАЛИВАЙКО Б.	13825	9	138
НАХОД В.	03651	9	138
ОСТРОВСЬКА Н.	03612	9	138
ПАВЛЯК А.	23003	9	138
ПЕТРЕНКО В.	04581	9	138
ПОЙДА А.	04051	9	138
ПОПРУЖУК О.	17152	9	138
ПОСПЄЛОВ В.	08017	9	138
ПРОКОПОВ І.	02003	9	138
СЕРЕДА О.	14052	9	138

СКУБИЦЬКА К.	04051	9	138
СОЛОВЕЙ Р.	25002	9	138
СУЛИМА О.	04051	9	138
ТИМЧЕНКО Ю.	11386	9	138
ТОПОЛЬНИЦЬКА Т.	08525	9	138
ХІМЯК М.	13825	9	138
ШВАЙКО Д.	02003	9	138
ШИРМА В.	07352	9	138
ШТИЛЬ І.	07352	9	138
ШУМЕЙКО В.	06441	9	138
ЯРЕМЕНКО Т.	22551	9	138
ГАВРИЛЕНКО О.	11260	9	136
РЕДЬКО С.	10004	9	136
ВОЗНЯК С.	05057	9	135
ДМИТРИЄВА К.	25050	9	135
ФЕРЕНЦІ В.	06220	9	135
ХРАПОВА Т.	13860	9	135

10 КЛАС

КОЛЯДІН А.	20104	10	146
ЄРЬОМІНА З.	07352	10	145
ГОРКАВА Т.	07352	10	145
ГОГУНСЬКА Г.	08525	10	144
СТЕЛЬМАХОВИЧ Г.	08525	10	144
ВРУБЛЕВСЬКА Л.	02313	10	141
ЗІНЧЕНКО М.	08525	10	140
ІВАНОВ А.	20036	10	139
ШЕВЛЯКОВА Н.	12045	10	139
АЛЬОХІН С.	20016	10	138
ВИНОГРАДОВ Б.	20001	10	138
ВОЙТЕНКО В.	07936	10	138
ДОНЕЦЬКА Ю.	20019	10	138
ЖУРАВСЬКИЙ І.	20016	10	138
ЗАЙДАН А.	20016	10	138
КОБЕЛЄВА Н.	20004	10	138
РСПІН В.	20016	10	138
СМОЛЯНИЦЬКА С.	20004	10	138
ТАРАСЕНКО В.	20016	10	138
ІСАЄВ Т.	04122	10	136
КАМЕНЄВ М.	04122	10	136
БОГАТОВ Д.	10010	10	135
ДЕМЧЕНКО А.	16017	10	135
КАСЯНЧИК А.	03455	10	135
СПІВАК І.	16017	10	135
СУДИМА М.	03455	10	135
ТАРАБАРА І.	04114	10	135
ВАСЬКІВ А.	13820	10	134
ВОЗНА С.	13820	10	134
ВРУБЛЕВСЬКИЙ В.	19016	10	134
КАЛИНИЧ І.	13820	10	134
КОЛІСНИК Д.	22350	10	134
КОМАРНИЦЬКИЙ М.	13820	10	134
КОРНЄВА К.	11386	10	134
ЛУТАЙ Р.	08000	10	134
РОМАН Д.	13820	10	134
РОМАНЮК К.	22401	10	134
СТЕЦІК Ю.	13820	10	134
СТЕЦІНА В.	13540	10	134
ЗАЦАРІННА К.	20038	10	133

МОРДВИНОВ Р.	20019	10	133
КОБКА А.	14064	10	131
КОПІЦЯ А.	25013	10	131
СУПРУН А.	20037	10	131
ТИХОЦЬКИЙ В.	13820	10	130

11 КЛАС

ЛІВКІВ Н.	19016	11	150
ЗОЛУТИХ Є.	11004	11	150
РУДИК І.	19016	11	150
ФІАЛКОВСЬКА Д.	19016	11	150
ШПАК О.	19016	11	150
ЛІВКІВ Р.	19016	11	146
ХОМЕНКО С.	02015	11	146
АРХІПОВА Н.	19016	11	145
ГАНЦІШИН А.	03024	11	145
ЗОЗУЛЯК І.	19016	11	145
КИСЛИЦИНА Д.	12100	11	145
ПОЛЯНОВСЬКИЙ О.	12100	11	145
БІЛОРОСЬКО М.	19035	11	144
БОНДАР О.	02164	11	144
ГОСТЕНКО Д.	12063	11	144
КАЛЬЧУК А.	23003	11	144
КОЛІБЕНКО В.	12063	11	144
КОНДРАТЮК О.	08525	11	144
КОШЛЯКОВ О.	05180	11	144
МЕРЕЖКО А.	11581	11	144
ПАДЗИНА І.	11004	11	144
ПЕРЕВЕРЗОВА К.	11386	11	144
РЕЗНИЧЕНКО С.	11004	11	144
ЧАБАН А.	02580	11	144
ЩЕРБИНА І.	08525	11	144
КАЙКАН С.	09001	11	143
МАКАРОВ Т.	01021	11	143
ХРАМОВ В.	01021	11	143
ДЕГОВЦОВ І.	05057	11	141
КУЦЕНКО Д.	08521	11	141
ЛУКОВКІНА В.	08521	11	141
ПРИСЯЖНИК А.	24005	11	141
ТРУБАЙ Г.	08521	11	141
ТУРБАР Д.	08521	11	141
ХАДЖИКОВА О.	08521	11	141
АББАСОВ Т.	20061	11	140
ЗАВИДОВСЬКИЙ О.	05846	11	140
ОЛЕНИЧ В.	20031	11	140
СТЕЛЬМАХ А.	20061	11	140
ЧАЛІСНКО Н.	12045	11	140
ШЕВЧЕНКО С.	02242	11	140

*Повний список переможців конкурсу
„Левеня - 2012” на сайті levenia.com.ua*

Науково-популярне видання

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка

“ЛЕВЕНЯ – 2012”
ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Уклав *А л е к с е й ч у к* Володимир Іванович

Редактор і коректор *Тетяна Грицик*
Технічний редактор *Лєся Пелехата*

Підписано до друку 05.07.2012.
Формат 60 x 84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.
Друк офсетний. Умов. друк. арк 2,79
Обл. вид. арк. 4,46 Наклад 24 000 прим.

Видавництво “Каменярь” 79008. Львів, МСП, Підвальна,3
Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462
Ел.адреса: vud_kamenyar@mail.lviv.ua

Віддруковано з готових діапозитивів на
ПП “Поліграфічний центр “Матвей”
46002 м. Тернопіль, вул. Лукіяновича, 8